Стандартизація, сертифікація і метрологія
Максютенко І.Є.
irikmax@ukr.net

15.02.2024
Група М-1
Урок 13-14

Тема: ДОВІРЧІ МЕЖІ РЕЗУЛЬТАТУ ВИМІРЮВАННЯ

Мета: здобути навички визначення довірчих меж результату вимірювання

Нормальний розподіл випадкових величин дає змогу обчислити ймовірність перебування випадкової величини X в певних межах. Так, можна вважати: з ймовірністю P=0,683, що величина X не виходить за межі від $\mu-\sigma$ до $\mu+\sigma$ (тобто перебуває в межах $\mu\pm\sigma$); з ймовірністю P=0,954, що величина X перебуває в межах $\mu\pm2\sigma$, з ймовірністю P=0,997, що величина X перебуває в межах $\mu\pm3\sigma$.

В теорії ймовірності розроблено методи побудови довірчих (надійних) меж, в яких за даної ймовірності перебуває істинне значення величини, що вимірюють, для випадку, коли число спостережень досить невелике та коли похибки підпорядковуються нормальному розподілу або близькому до нього.

Довірчі межі визначаються за нерівністю:

$$\bar{x} - t_S S \le X_{\bar{x}} \le \bar{x} + t_S S_{\bar{x}},$$

де t_S – коефіцієнт Ст'юдента (цей коефіцієнт запропонований у 1908 р. англійським математиком Уїльямом Госсетом); $S_{\bar{x}}$ – середньоквадратичне відхилення значення $\bar{x}$ (математичного очікування μ).

При нормальному розподілі похибок можна вважати, що відхилення x від μ не перевищує

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}}.$$

Алгоритм обробки результатів багаторазових вимірювань. Взагалі, алгоритм обробки багаторазових прямих рівно точних вимірювань передбачає здійснення розрахунків відповідно до розглянутих положень та методів в наступній послідовності:

♦ відкинути або якомога зменшити відомі систематичні похибки;

♦ перевірити, чи відповідає вибірка (ряд вимірювань експерименту) нормальному закону розподілу; при наявності грубих похибок у результатах вимірювання потрібно виявити їх за критеріями ***Q*** або Романовського і відкинути з подальших обчислень;

♦ якщо усі результати вимірювань X_i мають однакову систематичну похибку ΔX**,** спочатку обчислюють середньо квадратичне невиправлених результатів вимірювань:

$$x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\tilde{x}_i ,$$

де $\tilde{x}$ – середнє арифметичне не виправлених результатів вимірювання; виправлений результат середнього арифметичного знаходять за формулою

$$\bar{x} = \tilde{x} - \Delta x .$$

♦ обчислити середньоквадратичне відхилення результату вимірювань S_x;

♦ визначити оцінку середньо квадратичного відхилення середньо арифметичного значення $S_{\bar{x}}$;

♦ визначити довірчі межі, де з довірчою ймовірністю знаходиться істинне значення вимірюваної величини; для ймовірності Р=0,95 коефіцієнт Ст'юдента t_S можна приблизно обчислити для $n > 4$ за емпіричною залежністю: $t_S = 1/0{,}52 - 0{,}8/\,n$;

♦ визначити межі не виключеної систематичної похибки Θ обчислити допоміжний параметр відношення не виключеної систематичної похибки до середньоквадратичного відхилення середнього арифметичного за виразом: $\Theta/S_{\bar{x}}$,

- якщо $\Theta/S_{\bar{x}} < 0{,}8$, то не виключеними похибками можна знехтувати і вважати $\Delta A \approx \varepsilon$, де ΔA - надійна межа загальної похибки; ε - випадкова похибка;
- якщо $\Theta/S_{\bar{x}} > 8$, можна знехтувати випадковою похибкою і вважати, що $\Delta A \approx \varepsilon$,;

- якщо 0,8 $\leq \Theta/S_{\bar{x}} \leq$ 8, то при визначенні надійних меж загальної похибки ΔA потрібно врахувати як випадкову, так і систематичну складові $\Delta A = \pm K S_{\Sigma}$, де K знаходиться з формули:

$$K = \varepsilon + \theta / S_{\bar{x}} + \sqrt{\frac{1}{3} * \sum_{i=1}^{m} \Theta^2} \; ; \; S_{\Sigma} = \sqrt{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^{m} \Theta_i^2 + S_{\bar{x}}^2} \; ;$$

Представити результати вимірювання у вигляді: $x = x \pm \Delta A$ (при $P = 0{,}95$) $= (A \pm \Delta A)_{0,95}$. Такий запис стверджує, що з довірчою ймовірністю $P = 95\%$ шукане (істинне) значення вимірюваної величини X знаходиться в інтервалі меж $A - \Delta A$ ***та*** $A + \Delta A$. Однак істинне значення X може опинитися і за межами даного інтервалу з ймовірністю 1-Р.

Правила округлень:

- якщо перша з цифр, що відкидається, менша за 5, то цифри, що залишаються, не змінюються (12,3 = 12);
- якщо перша з цифр, що відкидається, більша за 5, то остання з цифр, що залишається, збільшується на одиницю (3,8 = 4; 6,53 = 7);
- якщо перша з цифр, що відкидається, дорівнює 5, то остання з цифр, що залишається округлюється до парного числа (10,5 = 10; 9,5 = 10,0; 11,5 = 12,0);
- цифри ліворуч від коми, що відкидаються, замінюються нулями в показниковій формі ($661 = 7 \cdot 10^2$);
- показники, що вимірюються у тисячах, округлюються з точністю до одного знака після зап'яток.

Обробка результатів однократних прямих вимірювань. Однократні (одноразові) вимірювання знаходять широке використання в багатьох областях виробничої діяльності, а також в деяких випадках контролю довкілля тощо. При таких вимірюваннях показ засобів вимірювання в більшості випадків і є результатом вимірювання, а похибка - граничне значення допустимої основної похибки вимірювального засобу. Тому до проведення вимірювань приймають міри з підтримки нормальних умов використання

Максютенко І.Є.
irikmax@ukr.net
засобів вимірювальної техніки.

Одноразове вимірювання використовують у випадках, коли випадкова складова похибки мала по відношенню до не виключеної систематичної похибки, або у тих випадках, коли для їх проведення є виробнича необхідність (умови вимірювань не дозволяють провести повторне вимірювання). При цьому робити висновок про точність результатів можна тільки на підставі нормованих метрологічних характеристик засобів вимірювальної техніки.

Для характеристики точності засобу вимірювання вводять поняття зведеної похибки ***(γ):***

$$\gamma = \Delta x * x_n 100 ,$$

де Δx - абсолютна похибка; x_n- нормуюче або максимальне значення шкали засобу вимірювання.

Зведена похибка визначає межі допустимої похибки та клас точності вимірювального приладу. Наприклад, якщо клас точності приладу 0,5, то найбільша зведена похибка складає ***γ = ±0,5%***.

Практика одноразових вимірювань довела, що не виключені систематичні похибки набагато більші за випадкові складові. Надійні межі не виключених залишків систематичних похибок (Θ) можна пов'язати із зведеною похибкою приладу за допомогою наступного виразу:

$$\Theta = \frac{\gamma * X_n}{100} = \frac{K * X_N}{100}.$$

де К - клас точності вимірювального приладу; X*n* - нормуюче значення відлікового пристрою.

В разі спрямування випадкової складової похибки до мінімуму надійна межа похибки результату вимірювання ***ΔA*** буде наближено дорівнювати надійній межі не виключених залишків систематичних похибок ***(ΔA ≈Θ).***

Результат вимірювання повинен мати вигляд (після округлення його числового значення), відповідний до значення надійної межі похибки ***ΔA*** (при цьому значення ΔA, як правило, не наводиться).

ПРАКТИЧНЕ ЗАВДАННЯ

Під час вимірювання відносної вологості повітря аналоговим приладом з класом точності 1,5 з однобічною шкалою 0 - 100% отримано результат спостереження 81,6%.

Слід визначити:

- надійні межі не виключених залишків систематичних похибок за наведеною формулою;
- здійснити запис результату вимірювання з округленням.