

28.03.2024

Група 11

Математика (алгебра)

Урок 27-28

Тема уроку: Тригонометричні функції їх графіки і властивості.

Мета уроку:

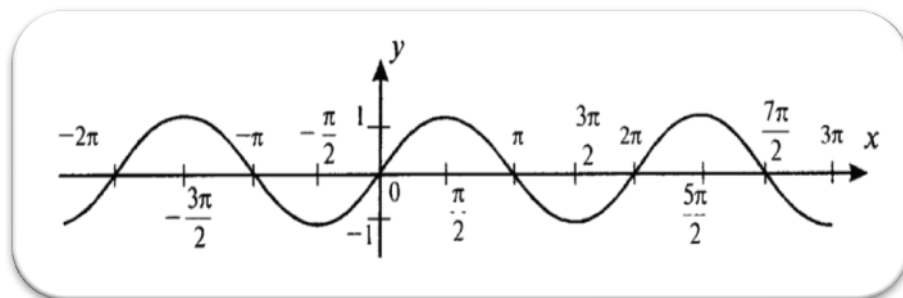
Навчальна: Узагальнення й систематизація знань і вмінь учнів з вивченої теми; удосконалення вмінь із використанням властивостей тригонометричних функцій проводити порівняння значень функцій, будувати графіки, визначати період тригонометричних функцій, парність і непарність.

Розвиваюча: Вдосконалити навички побудови графіків тригонометричних функцій; розвивати просторову уяву учнів, побудови графіків тригонометричних функцій при різних значеннях кутів.

Виховна: Виховувати в учнів точність, акуратність, при побудові графіків тригонометричних функцій, стимулювати пізнавальну активність учнів.

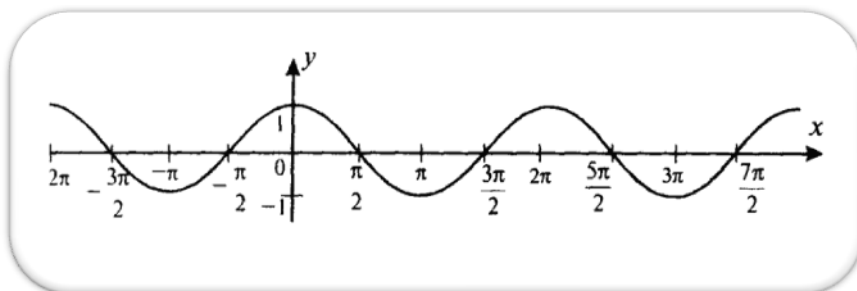
Матеріали до уроку:

Властивості функції: $y = \sin x$



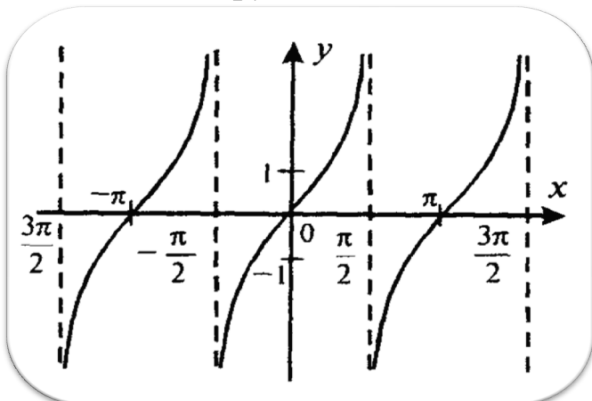
1. $D(\sin x) = R$
2. $E(\sin x) = [-1; 1]$
3. $y = \sin x$ – непарна функція,
графік симетричний відносно початку координат
4. періодичність: $T = 2\pi$
5. $\sin x = 0$ при $x = \pi n, n \in Z$ (нули функції)
6. проміжки знакосталості:
 $\sin x > 0$ при $0 + 2\pi n < x < \pi + 2\pi n, n \in Z$
 $\sin x < 0$ при $\pi + 2\pi n < x < 2\pi + 2\pi n, n \in Z$
7. проміжки монотонності:
 $x \in [-\pi/2 + 2\pi n; \pi/2 + 2\pi n], n \in Z$ – зростає
 $x \in [\pi/2 + 2\pi n; 3\pi/2 + 2\pi n], n \in Z$ – спадає
8. екстремуми:
 $y_{\max} = 1$ при $x = \pi/2 + 2\pi n, n \in Z$
 $y_{\min} = -1$ при $x = -\pi/2 + 2\pi n, n \in Z$

Властивості функції : $y = \cos x$



1. $D(\cos x) = R$
2. $E(\cos x) = [-1; 1]$
3. $y = \cos x$ – парна функція,
графік симетричний відносно осі ординат
4. періодичність: $T = 2\pi$
5. $\cos x = 0$ при $x = \pi/2 + \pi n, n \in Z$ (нули функції)
6. проміжки знакосталості
 $\cos x > 0$ при $-\pi/2 + 2\pi n < x < \pi/2 + 2\pi n, n \in Z$
 $\cos x < 0$ при $\pi/2 + 2\pi n < x < 3\pi/2 + 2\pi n, n \in Z$
7. проміжки монотонності:
 $x \in [\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n], n \in Z$ – зростає
 $x \in [0 + 2\pi n; \pi + 2\pi n], n \in Z$ – спадає
8. екстремуми:
 $y_{\max} = 1$ при $x = 2\pi n, n \in Z$
 $y_{\min} = -1$ при $x = \pi + 2\pi n, n \in Z$

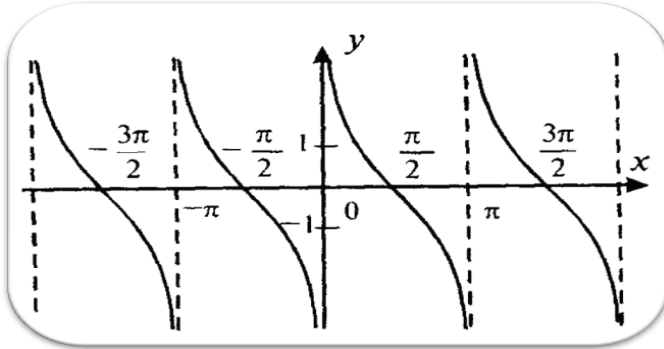
Властивості функції : $y = \operatorname{tg} x$



1. $D(\operatorname{tg} x) = x \in R / \pi/2 + \pi n, n \in Z$
2. $E(\operatorname{tg} x) = R$
3. $y = \operatorname{tg} x$ – непарна функція
графік симетричний відносно початку координат
4. періодичність: $T = \pi$
5. $\operatorname{tg} x = 0$ при $x = \pi n, n \in Z$ (нули функції)

6. проміжки знакосталості:
 $\operatorname{tg} x > 0$ при $0 + \pi n < x < \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $\operatorname{tg} x < 0$ при $-\pi/2 + \pi n < x < 0 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
7. проміжки монотонності:
 $x \in [-\pi/2 + \pi n; \pi/2 + \pi n], n \in \mathbb{Z}$ – зростає
8. екстремумів **немає**

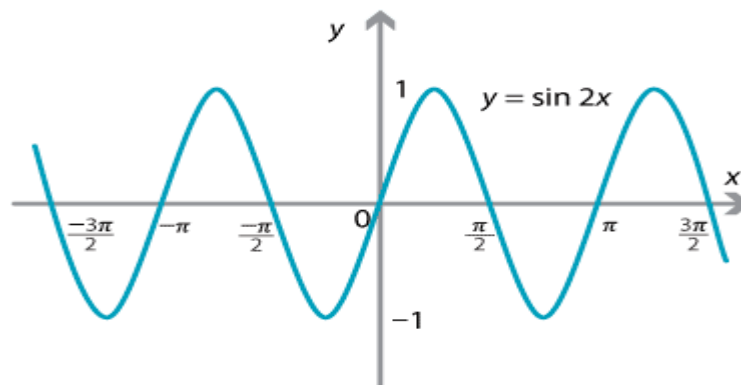
Властивості функції: $y = \operatorname{ctg} x$



1. $D(\operatorname{ctg} x) = x \in \mathbb{R} / \pi n, n \in \mathbb{Z}$
2. $E(\operatorname{ctg} x) = \mathbb{R}$
3. $y = \operatorname{ctg} x$ – непарна функція
 графік симетричний відносно початку координат
4. періодичність: $T = \pi$
5. $\operatorname{ctg} x = 0$ при $x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ (нули функції)
6. проміжки знакосталості:
 $\operatorname{ctg} x > 0$ при $0 + \pi n < x < \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
 $\operatorname{ctg} x < 0$ при $\pi/2 + \pi n < x < \pi + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
7. проміжки монотонності:
 $x \in [0 + \pi n; \pi + \pi n], n \in \mathbb{Z}$ – спадає
8. екстремумів **немає**

Задача 1

побудувати графік $y = \sin 2x$ і вказати проміжки зростання й спадання цієї функції.
 Розв'язування:



$$T = \frac{2\pi}{2} = \pi.$$

Функція зростає, якщо $x \in [-\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \pi k]$, де $k \in Z$. Функція спадає, якщо

$$x \in [\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{3\pi}{4} + \pi k], k \in Z.$$

Задача 2.

порівняти $\cos \frac{2\pi}{5}$ і $\cos \frac{2\pi}{3}$.

Розв'язування:

Оскільки $\frac{2\pi}{5}$ - кут першої чверті, то $\cos \frac{2\pi}{5} > 0$. $\frac{2\pi}{3}$ - кут другої чверті, тобто

$$\cos \frac{2\pi}{3} < 0. \text{ Отже } \cos \frac{2\pi}{5} > \cos \frac{2\pi}{3}.$$

Задача 3

дослідити на парність функцію $f(x)=3x-tg x$.

Розв'язування:

$D(f) : x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$ - симетрична відносно початку координат.

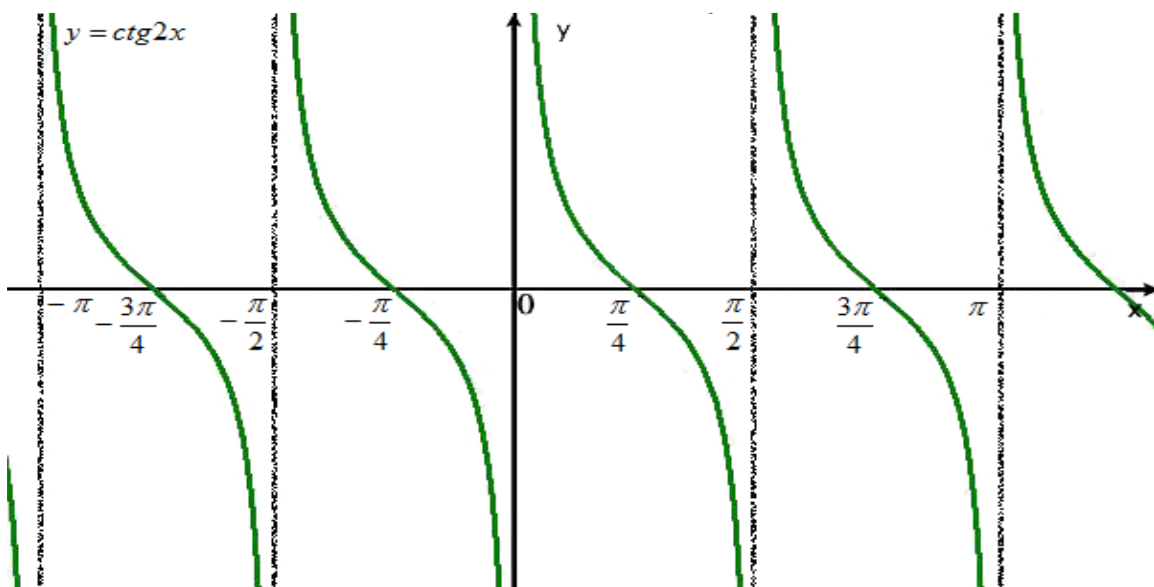
$$f(-x) = 3(-x) - tg(-x) = -3x + tg x = -(3x - tg x) = -f(x).$$

Висновок: дана функція є непарна.

Задача 4.

побудувати графіки функції $y=ctg 2x$ і указати проміжки знакосталості цієї функції.

Розв'язування:



$T = \frac{\pi}{2}$ $y > 0$, якщо $x \in (\frac{\pi}{2}n; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}n)$, де $n \in Z$.

$y < 0$, якщо $x \in (\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n; \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}n)$, де $n \in Z$.

Виконання вправ

1. Використовуючи властивості функції $y = \sin x$, порівняйте числа:

а) $\sin \frac{13\pi}{7}$ і $\sin \frac{11\pi}{7}$; б) $\sin \left(-\frac{8\pi}{7}\right)$ і $\sin \left(-\frac{9\pi}{8}\right)$; в) $\sin 3$ і $\sin 4$; г) $\sin 1^\circ$ і $\sin 1$.

Відповідь: а) $\sin \frac{13\pi}{7} > \sin \frac{11\pi}{7}$; б) $\sin \left(-\frac{8\pi}{7}\right) > \sin \left(-\frac{9\pi}{8}\right)$;

в) $\sin 3 > \sin 4$; г) $\sin 1^\circ < \sin 1$.

2. Розташуйте числа в порядку зростання:

а) $\sin 20^\circ$; $\sin 85^\circ$; $\sin 30^\circ$; б) $\sin 0,2$; $\sin 0,3$; $\sin 0,1$;

в) $\sin 2$; $\sin (-2)$; $\sin (-1)$; $\sin 1$.

Відповідь: а) $\sin 20^\circ$; $\sin 30^\circ$; $\sin 85^\circ$;

б) $\sin 0,1$; $\sin 0,2$; $\sin 0,3$; в) $\sin (-2)$; $\sin (-1)$; $\sin 1$; $\sin 2$.

3. Використовуючи властивості функції $y = \cos x$, порівняйте числа:

а) $\cos 2,52$ і $\cos 2,53$; б) $\cos (-4,1)$ і $\cos (-4)$; в) $\cos 1$ і $\cos 3$; г) $\cos 4$ і $\cos 5$.

Відповідь: а) $\cos 2,52 > \cos 2,53$; б) $\cos (-4,1) > \cos (-4)$;

в) $\cos 1 > \cos 3$; г) $\cos 4 < \cos 5$.

4. Розташуйте числа в порядку зростання:

а) $\cos 13^\circ$; $\cos 53^\circ$; $\cos 23^\circ$; б) $\cos 0,3$; $\cos 0,6$; $\cos 0,9$;

в) $\cos 2$; $\cos 4$; $\cos 6$. *Відповідь:* а) $\cos 53^\circ$; $\cos 23^\circ$; $\cos 13^\circ$; б) $\cos 0,9$; $\cos 0,6$; $\cos 0,3$;

в) $\cos 4$; $\cos 2$; $\cos 6$.

5. Використовуючи властивості функції $y = \operatorname{tg} x$, порівняйте числа:

а) $\operatorname{tg} (-2,6\pi)$ і $\operatorname{tg} (-2,61\pi)$; б) $\operatorname{tg} 2,7\pi$ і $\operatorname{tg} 2,75\pi$; в) $\operatorname{tg} 2$ і $\operatorname{tg} 3$; г) $\operatorname{tg} 1$ і $\operatorname{tg} 1,5$.

Відповідь: а) $\operatorname{tg} (-2,6\pi) > \operatorname{tg} (-2,61\pi)$; б) $\operatorname{tg} 2,7\pi < \operatorname{tg} 2,75\pi$;

в) $\operatorname{tg} 2 < \operatorname{tg} 3$; г) $\operatorname{tg} 1 < \operatorname{tg} 1,5$.

6. Розташуйте числа в порядку зростання:

а) $\operatorname{tg} 25^\circ$; $\operatorname{tg} 65^\circ$; $\operatorname{tg} 15^\circ$; б) $\operatorname{tg} (-1)$; $\operatorname{tg} (-2)$; $\operatorname{tg} (-3)$; в) $\operatorname{tg} (-5)$; $\operatorname{tg} (-3)$; $\operatorname{tg} 3$.

Відповідь: а) $\operatorname{tg} 15^\circ$; $\operatorname{tg} 25^\circ$; $\operatorname{tg} 65^\circ$; б) $\operatorname{tg} (-1)$; $\operatorname{tg} (-3)$; $\operatorname{tg} (-2)$;

в) $\operatorname{tg} 3$; $\operatorname{tg} (-3)$; $\operatorname{tg} (-5)$.

V. Домашнє завдання.

Виконати тест у «мій клас»