

Група 31

Математика (геометрія)

Урок 45-46

Тема: об'єми геометричних тіл. Розв'язування задач

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; прищепити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Задача. Скільки повних порцій супу міститься в каструлі, яка має форму циліндра, висота якого 40 см, а діаметр 0,3 м. Відомо, що одна порція містить 0,25 л супу.



Дано: $V_{\text{п}} = 0,25 \text{ л} = 250 \text{ см}^3$;

$H = 40 \text{ см}$; $R = 15 \text{ см}$.

Знайти: n – кількість порцій.

Розв'язання:

$$V = \pi R^2 H = 3,14 \cdot 15^2 \cdot 40 = 28260 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$n = \frac{28260}{250} = 113,04 \approx 113 \text{ (порцій)}$$

Відповідь: 113 порцій.

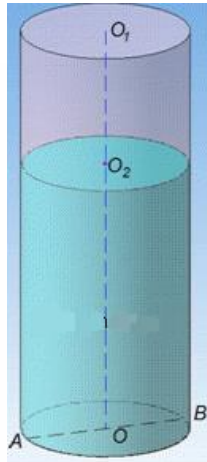
Задача. Криниця має форму циліндра, діаметр основи якого дорівнює 1,2 м, а глибина – 3 м. Вона наповнена водою на $\frac{2}{3}$ глибини. Обчислити з точністю до $0,01 \text{ м}^3$ об'єм води у криниці.

Розв'язання.

В умові задачі сказано, що маємо криницю, яка має форму циліндра.

Зробимо математичну модель задачі: криницю замінимо на циліндр з діаметром основи $D = 1,2 \text{ м}$;

її глибина – це висота циліндра, $H = 3 \text{ м}$.



Об'єм води у криниці – це об'єм частини циліндра, який заповнений водою. Об'єм циліндра V_1 , який заповнений водою становить $\frac{2}{3}$ об'єму заданого циліндра (оскільки об'єм циліндра залежить від висоти лінійно), тобто $V_1 = \frac{2}{3} \cdot V$. Об'єм циліндра обчислюється за формулою: $V = S_{\text{осн}} \cdot H = \pi R^2 H$, де $R = D/2 = 0,6$ м – радіус основи і $H = 3$ м – висота циліндра; $\pi \sim 3,14$.

Переходимо до розрахунків

$$V_1 = \frac{2}{3} V = \frac{2}{3} \cdot \pi R^2 H =$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot (0,6)^2 \cdot 3 = 2 \cdot \pi \cdot 0,36 = 0,72 \pi \approx 2,26 \text{ м}^3$$

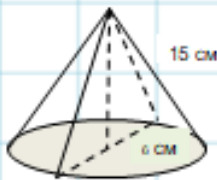
Тобто $V_1 = 2,26 \text{ м}^3$ – об'єм води у криниці.

Відповідь: $2,26 \text{ м}^3$.

Задача. Визначте обсяг наповнювача для вафельного ріжка конічної форми, діаметр основи якого 6 см, а твірна 15 см. Скільки літрів наповнювача буде потрібно для приготування 20 таких ріжків ?



Визначити об'єм наповнювача для вафельного ріжка конічної форми, діаметр основи якого 6 см, а твірна – 15 см. Скільки літрів наповнювача потрібно для виготовлення 20 таких ріжків?



Дано: Ріжок канонічної форми;

$$d_{\text{осн}} = 6 \text{ см};$$

$$l = 15 \text{ см};$$

$$n = 20 \text{ шт};$$

n – кількість ріжків.

Знайти: V – об'єм наповнювача.

Розв'язання

Кількість наповнювача в вафельному ріжку дорівнює його об'єму. Так як ріжок має форму конуса, то його об'єм дорівнює об'єму відповідного конуса.

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$\text{За теоремою Піфагора } H^2 = L^2 - R^2 = 15^2 - 3^2 = 225 - 9 = 216.$$

$$H = \sqrt{216} = 14,7 \text{ (см.)}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^2 \cdot 14,7 = 138 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$138 \cdot 20 = 2760 \text{ (см}^3\text{)} = 2,76 \text{ (л.)}$$

Відповідь: 2,76 л.

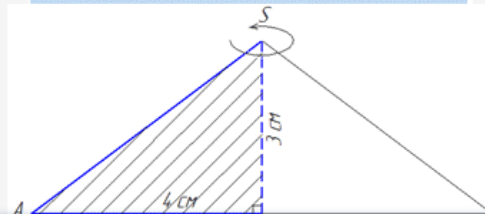
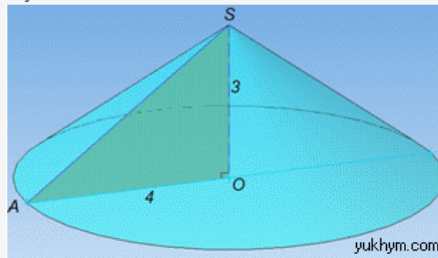


Задача 39.4 Прямокутний трикутник з катетами 3 см і 4 см обертається навколо меншого катета. Обчислити об'єм утвореного тіла обертання.

А	Б	В	Г	Д
16л см ³	12л см ³	36л см ³	48л см ³	4л см ³

Розв'язання: Маємо прямокутний $\triangle AOS$ ($\angle AOS=90^\circ$), в якому $AO=4$ см – більший катет, $SO=3$ см – менший катет і SA – гіпотенуза.

Тіло, яке утвориться при обертанні прямокутного $\triangle AOS$ навколо меншого катета SO називається конусом.



Вісь (висота) конуса – менший катет прямокутного $\triangle AOS$ ($H=SO=3$ см);
радіус основи конуса – більший катет прямокутного $\triangle AOS$ ($R=AO=4$ см), а твірна конуса – гіпотенуза SA прямокутного $\triangle AOS$.

Об'єм конуса обчислюється за формулою:

$$V = \frac{1}{3} S_{oc} H = \frac{1}{3} \pi R^2 H, \text{ де } S_{oc} = \pi R^2 \text{ – площа основи конуса, площа круга.}$$

Ця формула дуже добре вивчається на практичних в 9-10 класі і доступна у самих простих посібниках по фігурах. Все що залишається, це підставити вхідні величини та знайти

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{\pi}{3} \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi \text{ см}^3 \text{ – об'єм конуса, утвореного при обертанні прямокутного } \triangle AOS \text{ навколо катета}$$

$SO=3$ см.

Відповідь: 16л см³ – А.

Задача 39.30 Знайти об'єм V тіла, яке утворюється при обертанні ромба зі стороною 1 і гострим кутом 60° навколо меншої діагоналі.

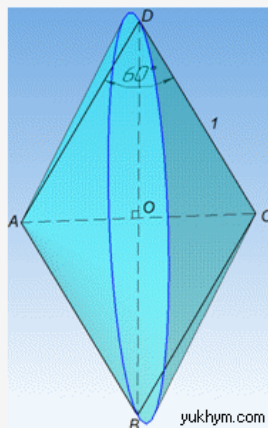
У відповідь записати V/π .

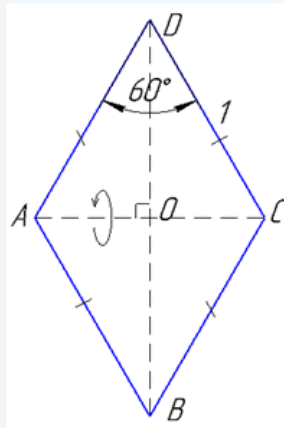
Розв'язання: Маємо ромб $ABCD$, в якому $AB=BC=CD=AD=1$ – сторона і $\angle ADC=\angle ABC=60^\circ$ – гострий кут між сусідніми сторонами;

$AC=1$ – менша діагональ (оскільки $\triangle ADC$ з кутом 60° є рівностороннім за властивістю ромба),

$BD = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ – більша діагональ (обчислили як висоту рівностороннього $\triangle ADC$ зі стороною 1 і помножили на 2 за властивістю діагоналей ромба).

Тіло обертання матиме наступний вигляд





За властивістю діагоналей ромба маємо:

півдіагоналі $BO = DO = \frac{\sqrt{3}}{2}$ і $AO = CO = 1/2$.

Тіло, яке утвориться при обертанні ромба $ABCD$ навколо меншої діагоналі AC складається з двох конусів зі спільною основою з центром O , де $R = BO = DO$ є радіусом основи конусів;

$H = AO$ і $H = CO$ є висотами конусів, оскільки діагоналі ромба перпендикулярні (за властивістю).

Звідси слідує, що ці два конуси рівні, а тому їх об'єми також рівні.

Отримали:

$R = BO = DO = \frac{\sqrt{3}}{2}$ – радіус основи

та $H = AO = CO = 1/2$ – висоту конуса.

Об'єм конуса знаходимо за відомою формулою:

$$V = \frac{1}{3} S_{ос} H = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

де R – радіус основи і H – висота конуса.

Підставляємо та обчислюємо об'єм утвореного тіла обертання:

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{2}{3} \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \pi \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4} = 0,25\pi$$

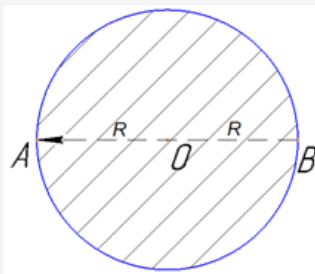
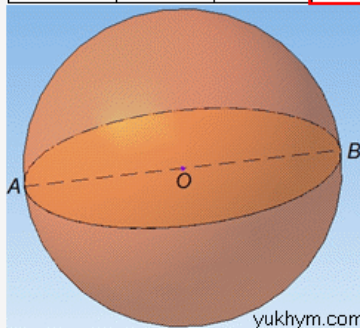
$V/\pi = 0,25$.

Відповідь: 0,25.

Задача 40.3 Площа великого круга кулі дорівнює $4\pi \text{ см}^2$.

Знайти об'єм кулі.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{64}{3} \pi \text{ см}^3$	$16\pi \text{ см}^3$	$32\pi \text{ см}^3$	$\frac{32}{3} \pi \text{ см}^3$	$64\pi \text{ см}^3$



Розв'язання: Об'єм кулі обчислюють за формулою:

$V = \frac{4}{3} \pi R^3$, де R – радіус кулі.

Маємо кулю з центром в точці O і діаметром $AB = D = 2R$.

Великий круг кулі – це круг, у якого центр співпадає з центром кулі, а радіус (діаметр) великого круга дорівнює радіусу (діаметру) кулі.

Площу круга запишемо формулою:

$S = \pi R^2 = 4\pi$ см², звідси $\pi R^2 = 4\pi$, $R^2 = 4$, отже $R = 2$ см – радіус великого круга, тобто радіус кулі.

Об'єм кулі через радіус рівний:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 2^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 8 = \frac{32}{3} \pi \text{ см}^3$$

Це сама поширена формула кулі, тому добре її запам'ятайте.

Відповідь: $\frac{32}{3}\pi$ см³ – Г.

Домашня робота:

Записати задачі

Підготуватись до к/р – повторити формули об'ємів многогранників та тіл обертання (призма, піраміда, конус, циліндр, куля)

Зворотній зв'язок

Е-mail vitasergiivna1992@gmail.com

!!!! у повідомленні з д/з не забуваєм вказувати прізвище, групу і дату уроку.