24.01.2024

Група 33

Математика (геометрія)

Урок 43-44

Тема: об'єми геометричних тіл**.** Розв`язування задач

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; прищепити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Задача. Скільки повних порцій супу міститься в каструлі, яка має форму циліндра, висота якого 40 см, а діаметр 0,3 м. Відомо, що одна порція містить 0,25 л супу.

Дано: $V_п$ =0,25л=250см^3;

H=40см; R=15см.

Знайти: n – кількість порцій.

Розв'язання:

$V=\pi R^2 H=3{,}14\cdot 15^2\cdot 40=28260$ (см^3)

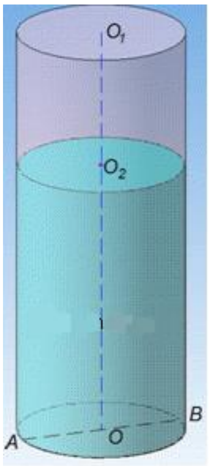
$n=\frac{28260}{250}=113{,}04\approx 113$ (порцій)

Відповідь: 113 порцій.

Задача. Криниця має форму циліндра, діаметр основи якого дорівнює 1,2 м, а глибина – 3 м. Вона наповнена водою на 2/3 глибини. Обчислити з точністю до 0,01 м^3 об'єм води у криниці.

Розв'язання.

В умові задачі сказано, що маємо криницю, яка має форму циліндра.
Зробимо математичну модель задачі: криницю замінимо на циліндр з діаметром основи D=1,2 м;
її глибина – це висота циліндра, H=3 м.



Об'єм води у криниці – це об'єм частини циліндра, який заповнений водою. Об'єм циліндра V_1, який заповнений водою становить 2/3 об'єму заданого циліндра (оскільки об'єм циліндра залежить від висоти лінійно), тобто $V_1=2/3\cdot V$. Об'єм циліндра обчислюється за формулою: $V=S_{осн}\cdot H=\pi R^2H$, де $R=D/2=0,6$ м – радіус основи і $H=3$ м – висота циліндра; $\pi\sim3,14$.

Переходимо до розрахунків

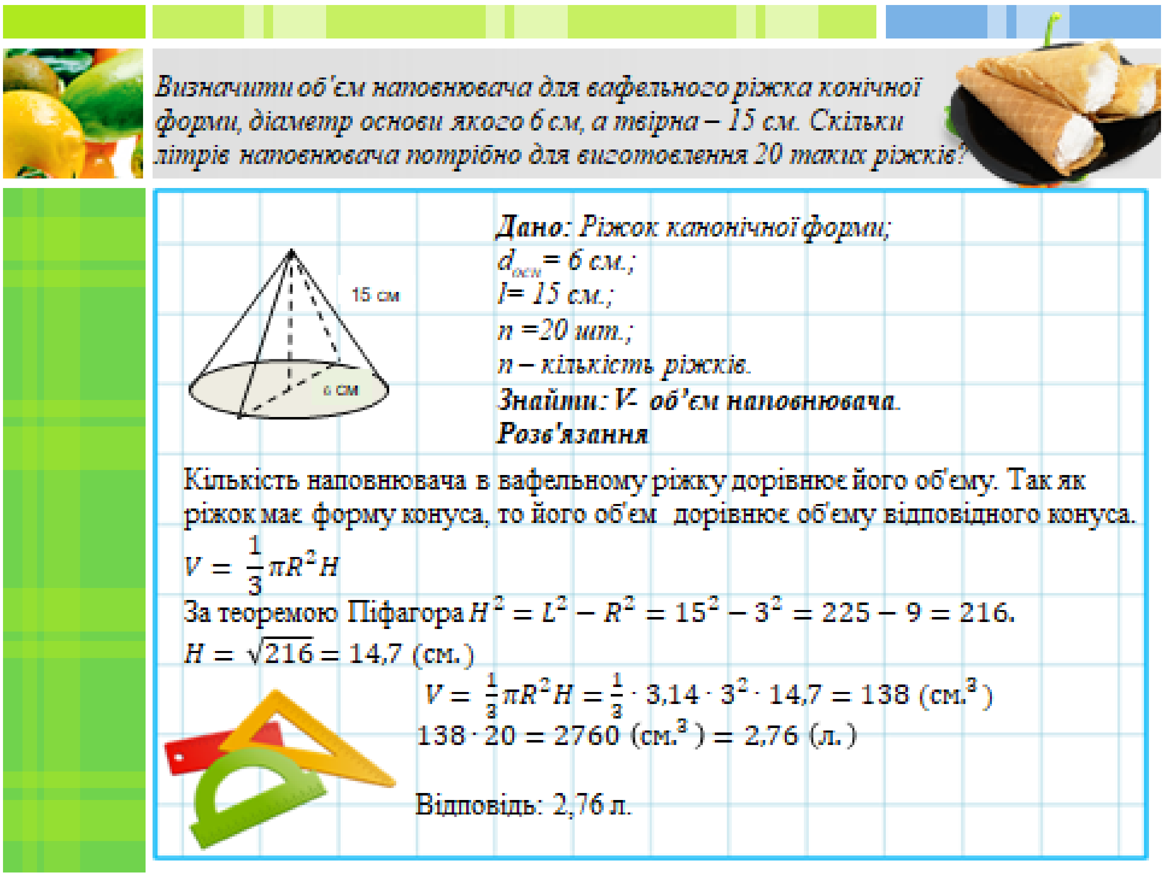
$$V_1 = \frac{2}{3}V = \frac{2}{3}\cdot \pi R^2 H =$$

$$= \frac{2}{3}\cdot \pi \cdot (0,6)^2 \cdot 3 = 2\cdot \pi \cdot 0,36 = 0,72\pi \approx 2,26\ м^3$$

Тобто $V_1=2,26$ м^3 – об'єм води у криниці.

Відповідь: 2,26 м^3.

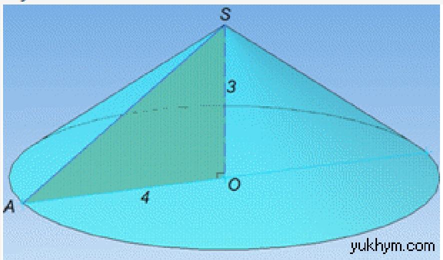
Задача. Визначте обсяг наповнювача для вафельного ріжка конічної форми, діаметр основи якого 6 см, а твірна 15 см. Скільки літрів наповнювача буде потрібно для приготування 20 таких ріжків ?

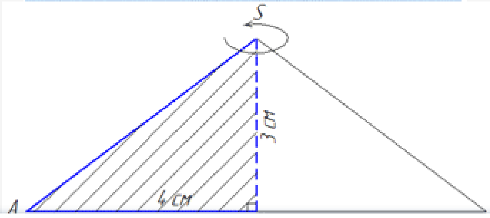


Задача 39.4 Прямокутний трикутник з катетами 3 см і 4 см обертається навколо меншого катета. Обчислити об'єм утвореного тіла обертання.

А	Б	В	Г	Д
16π см³	12π см³	36π см³	48π см³	4π см³

Розв'язання: Маємо прямокутний ΔAOS ($\angle AOS=90$), в якому $AO=4$ см – більший катет, $SO=3$ см – менший катет і SA – гіпотенуза.
Тіло, яке утвориться при обертанні прямокутного ΔAOS навколо меншого катета SO називається конусом.





Вісь (висота) конуса – менший катет прямокутного ΔAOS ($H=SO=3$ см);
радіус основи конуса – більший катет прямокутного ΔAOS ($R=AO=4$ см), а твірна конуса – гіпотенуза SA прямокутного ΔAOS.
Об'єм конуса обчислюється за формулою:

$V=\frac{1}{3}S_{oc}H=\frac{1}{3}\pi R^2 H$, де $S_{oc}=\pi R^2$ – площа основи конуса, площа круга.

Ця формула дуже добре вивчається на практичних в 9-10 класі і доступна у самих простих посібниках по фігурах.
Все що залишається, це підставити вхідні величини та знайти

$V=\frac{1}{3}\pi R^2 H=\frac{\pi}{3}\cdot 4^2\cdot 3=16\pi$ см^3 – об'єм конуса, утвореного при обертанні прямокутного ΔAOS навколо катета $SO=3$см.

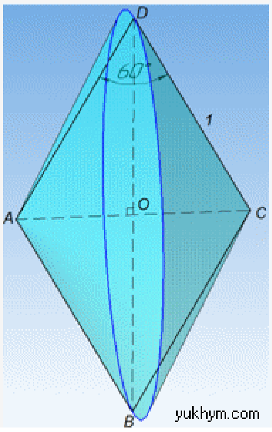
Відповідь: 16π см3 – А.

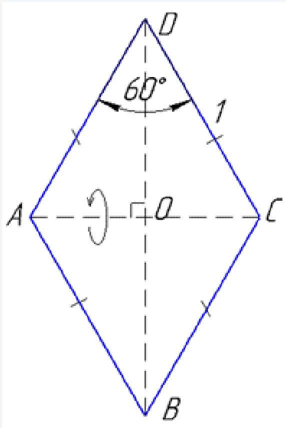
Задача 39.30 Знайти об'єм V тіла, яке утворюється при обертанні ромба зі стороною 1 і гострим кутом 60 навколо меншої діагоналі.
У відповідь записати V/π.

Розв'язання: Маємо ромб $ABCD$, в якому $AB=BC=CD=AD=1$ – сторона і $\angle ADC=\angle ABC=60$ – гострий кут між сусідніми сторонами;
$AC=1$ – менша діагональ (оскільки ΔADC з кутом 60 є рівностороннім за властивістю ромба),

$BD=2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ – більша діагональ (обчислили як висоту рівностороннього ΔADC зі стороною 1 і помножили на 2 за властивістю діагоналей ромба).

Тіло обертання матиме наступний вигляд





За властивістю діагоналей ромба маємо:

півдіагоналі $BO = DO = \frac{\sqrt{3}}{2}$ і $AO=CO=1/2$.

Тіло, яке утвориться при обертанні ромба $ABCD$ навколо меншої діагоналі AC складається з двох конусів зі спільною основою з центром O, де $R=BO=DO$ є радіусом основи конусів;

$H=AO$ і $H=BO$ є висотами конусів, оскільки діагоналі ромба перпендикулярні (за властивістю).

Звідси слідує, що ці два конуси рівні, а тому їх об'єми також рівні.

Отримали:

$R = BO = DO = \frac{\sqrt{3}}{2}$ – радіус основи

та $H=AO=CO=1/2$ – висоту конуса.

Об'єм конуса знаходимо за відомою формулою:

$$V = \frac{1}{3} S_{oc} H = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

де R – радіус основи і H – висота конуса.

Підставляємо та обчислюємо об'єм утвореного тіла обертання:

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{2}{3} \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \pi \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4} = 0,25\pi$$

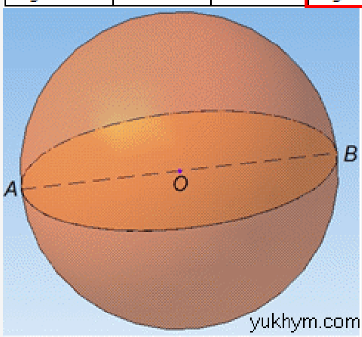
$V/\pi=0,25$.

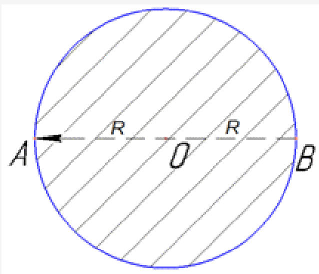
Відповідь: 0,25.

Задача 40.3 Площа великого круга кулі дорівнює 4π $см^2$.

Знайти об'єм кулі.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{64}{3}\pi$ см^3	16π см^3	32π см^3	$\frac{32}{3}\pi$ см^3	64π см^3





Розв'язання: Об'єм кулі обчислюють за формулою:

$V=4/3\pi R^3$, де R – радіус кулі.

Маємо кулю з центром в точці O і діаметром $AB=D=2R$.

Великий круг кулі – це круг, у якого центр співпадає з центром кулі, а радіус (діаметр) великого круга дорівнює радіусу (діаметру) кулі.

Площу круга запишемо формулою:

$S=\pi R^2=4\pi$ см^2, звідси $\pi R^2=4\pi$, $R^2=4$, отже $R=2$ см – радіус великого круга, тобто радіус кулі.

Об'єм кулі через радіус рівний:

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\cdot 2^3=\frac{4}{3}\pi\cdot 8=\frac{32}{3}\pi \text{ см}^3$$

Це сама поширена формула кулі, тому добре її запам'ятайте.

Відповідь: $32/3\pi$ см^3 – Г.

Домашня робота:

Записати задачі

Підготуватись до к/р – повторити формули об'ємів многогранників та тіл обертання (призма, піраміда, конус, циліндр, куля)

Зворотній зв'язок

E-mail vitasergiivna1992@gmail.com

!!!! у повідомленні з д/з не забуваєм вказувати прізвище, групу і дату уроку.