

18.01.2024

Група 26

Математика (геометрія)

Урок 7-8

Тема: Декартові координати точки у просторі

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

### Матеріали до уроку:

Прямокутною (декартовою) системою координат у просторі називають три попарно перпендикулярні координатні прямі зі спільним початком відліку (рис. 38.2). Точку, у якій перетинаються три координатні прямі, позначають буквою  $O$ . Її називають початком координат. Координатні прямі позначають буквами  $x$ ,  $y$  і  $z$ , їх відповідно називають віссю абсцис, віссю ординат і віссю аплікат.

Площини, які проходять через пари координатних прямих  $x$  і  $y$ ,  $x$  і  $z$ ,  $y$  і  $z$ , називають координатними площинами, їх відповідно позначають  $xy$ ,  $xz$ ,  $yz$  (рис. 38.3).

Простір, у якому задано систему координат, називають координатним простором. Якщо осі координат позначено буквами  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , то координатний простір позначають  $xuz$ .



Рис. 38.2

Аналогічно кожній точці  $M$  координатного простору ставиться у відповідність упорядкована трійка чисел  $(x; y; z)$ , яку визначають таким чином. Проведемо через точку  $M$  три площини  $\alpha$ ,  $\beta$  і  $\gamma$  перпендикулярно до осей  $x$ ,  $y$  і  $z$  відповідно. Точки перетину цих площин з координатними осями позначимо  $M_x$ ,  $M_y$  і  $M_z$  (рис. 38.4). Координату точки  $M_x$  на осі  $x$  називають абсцисою точки  $M$  і позначають буквою  $x$ . Координату точки  $M_y$  на осі  $y$  називають ординатою точки  $M$  і позначають буквою  $y$ . Координату точки  $M_z$  на осі  $z$  називають аплікатою точки  $M$  і позначають буквою  $z$ .

Отриману таким чином упорядковану трійку чисел  $(x; y; z)$  називають координатами точки  $M$  у просторі. Записують:  $M(x; y; z)$ .

**Теорема 38.1.** Відстань між двома точками  $A(x_1; y_1; z_1)$  і  $B(x_2; y_2; z_2)$  можна знайти за формулою

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

**Теорема 38.2.** Кожна координата середини відрізка дорівнює півсумі відповідних координат його кінців, тобто серединою відрізка з кінцями в точках  $A(x_1; y_1; z_1)$  і  $B(x_2; y_2; z_2)$  є точка

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2}\right).$$

**38.1.°** Визначте, чи лежить дана точка на координатній осі, і в разі ствердної відповіді вкажіть цю вісь:

- |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1) $A(4; -3; 0)$ ; | 3) $C(-6; 0; 0)$ ; | 5) $E(0; 0; -2)$ ; |
| 2) $B(1; 0; -5)$ ; | 4) $D(0; 7; 0)$ ;  | 6) $F(3; 0; 0)$ .  |

- 1)  $A(4; -3; 0)$  - не лежить;  
 2)  $B(1; 0; -5)$  - не лежить;  
 3)  $C(-6; 0; 0)$  - на осі  $Ox$ ;  
 4)  $D(0; 7; 0)$  - на осі  $Oy$ ;  
 5)  $E(0; 0; -2)$  - на осі  $Oz$ ;  
 6)  $F(3; 0; 0)$  - на осі  $Ox$ .

**38.3.°** Якою є відстань від точки  $M(4; -5; 2)$  до координатної площини:

- |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|
| 1) $xy$ ; | 2) $xz$ ; | 3) $yz$ ? |
|-----------|-----------|-----------|

- 1) 2; 2) 5; 3) 4.

38.5.° Знайдіть відстань між точками  $A$  і  $B$ , якщо:

1)  $A(3; -4; 2)$ ,  $B(5; -6; 1)$ ; 2)  $A(-2; 3; 1)$ ,  $B(-3; 2; 0)$ .

$$1) AB = \sqrt{(5-3)^2 + (-6+4)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{4+4+1} = \sqrt{9} = 3;$$

$$2) AB = \sqrt{(-3+2)^2 + (2-3)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}.$$

38.7.° Знайдіть координати середини відрізка  $CD$ , якщо  $C(-2; 6; -7)$ ,

$D(4; -10; -3)$ .

Нехай  $M$  - середина  $CD$ . Тоді  $M(x_0; y_0; z_0)$ .

$$x_0 = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1; \quad y_0 = \frac{-10+6}{2} = \frac{-4}{2} = -2; \quad z_0 = \frac{-7-3}{2} = \frac{-10}{2} = -5.$$

$$M(1; -2; -5).$$

38.17.° Точки  $A(3; -2; 6)$  і  $C(-1; 2; -4)$  є вершинами квадрата  $ABCD$ . Знайдіть площу цього квадрата.

$A(3; -2; 6)$ ,  $C(-1; 2; -4)$ .

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC.$$

$$AC = \sqrt{(-1-3)^2 + (2+2)^2 + (-4-6)^2} = \sqrt{16+16+100} = \sqrt{132} = 2\sqrt{33}.$$

Нехай  $AB = x$ , тоді  $BC = AB = x$ . За теоремою Піфагора:

$$x^2 + x^2 = (\sqrt{132})^2$$

$$2x^2 = 132$$

$$x^2 = 66$$

$$x = \sqrt{66} = AB = BC.$$

$$S_{ABCD} = (\sqrt{66})^2 = 66 \text{ (кв. од.)}$$

$$\text{Відповідь: } S_{ABCD} = 66 \text{ кв. од.}$$

38.20.° Відстань між точками  $A(1; y; 3)$  і  $B(3; -6; 5)$  дорівнює  $2\sqrt{6}$ .

Знайдіть значення  $y$ .

$$\sqrt{38.20.} \quad A(1; y; 3), B(3; -6; 5), AB = 2\sqrt{6}.$$

$$(\sqrt{(3-1)^2 + (-6-y)^2 + (5-3)^2})^2 = (2\sqrt{6})^2$$

$$2^2 + (-6)^2 - 2 \cdot (-6) \cdot y + 2^2 = 4 \cdot 6$$

$$12y + 4 + 36 + 4 = 24$$

$$12y + 44 = 24$$

$$12y = 24 - 44$$

$$\text{Відповідь: } y = -1 \frac{2}{3}$$

$$12y = -20$$

$$y = \frac{-20}{12}$$

$$y = -\frac{5}{3} = -1 \frac{2}{3}$$

Домашнє завдання: розв'язати задачі (в зошиті):

1)

**1.** Точка  $C$  – середина відрізка  $AB$ . Знайдіть координати точки  $A$ , якщо  $C(0; 2; -3)$ ,  $B(1; 4; -8)$ .

2)

**7.** На осі абсцис знайдіть точку, відстань від якої до точки  $P(2; -3; 0)$  дорівнює 7.

Зворотній зв'язок:

E-mail [t.anastasia.igorivna@gmail.com](mailto:t.anastasia.igorivna@gmail.com)