

13.02.2024

Група 21

Математика (алгебра)

Урок 17-18

Тема: Підготовка до контрольної роботи №1 «Перпендикулярність у просторі»

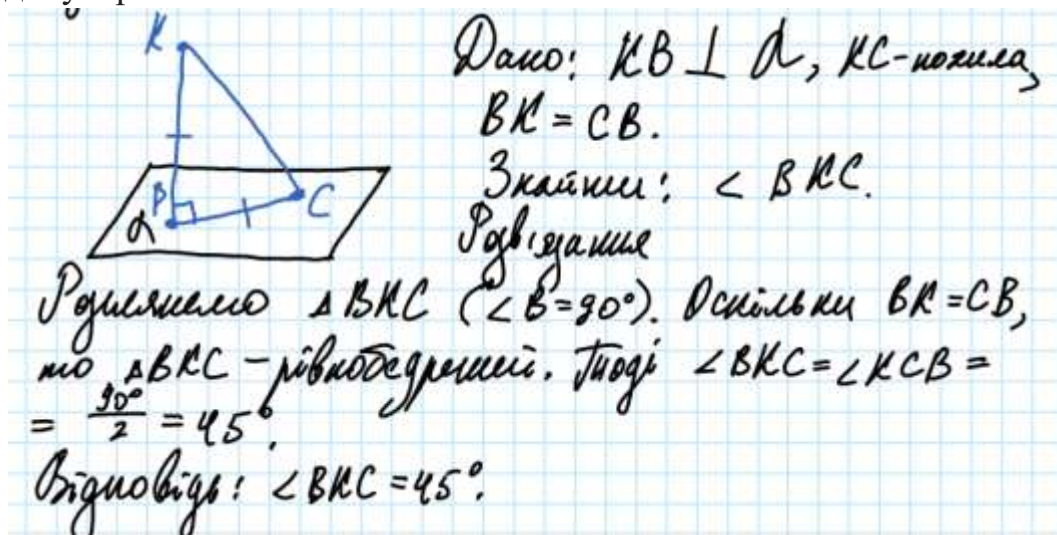
Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

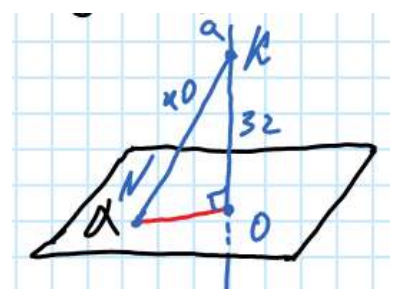
Варіант 0

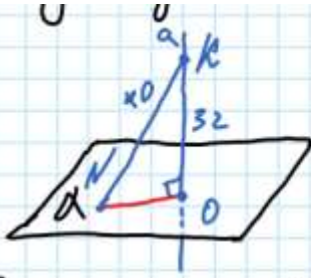
1. (2 бали) З даної точки до площини проведено перпендикуляр і похилу. Довжина перпендикуляра дорівнює довжині проекції похилої. Знайти кут між перпендикуляром і похилою.



Дано: $KB \perp \alpha$, KC - похила,
 $BK = CB$.
Знайти: $\angle BKC$.
Розв'язання
Розглянемо $\triangle BKC$ ($\angle B = 90^\circ$). Оскільки $BK = CB$,
то $\triangle BKC$ - рівнобедрений. Тоді $\angle BKC = \angle KCB =$
 $= \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$.
Відповідь: $\angle BKC = 45^\circ$.

2. (2 бали) Пряма a перпендикулярна до площини α і перетинає її в точці O . Точка K лежить на даній прямій і віддалена від площини α на 32 см, а від точки N цієї площини – на 40 см. Знайдіть NO .





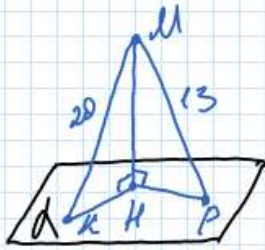
Дано: $a \perp \alpha = O, K \in a, KO \perp \alpha,$
 $KO = 32 \text{ см}, KN = 40 \text{ см}, N \in \alpha.$

Знайми: $NO.$

Розв'язання

Розглянемо $\triangle NKO$ ($\angle O = 90^\circ$). $NO^2 = NK^2 - KO^2$
 $NO^2 = 40^2 - 32^2 = 576, NO = \sqrt{576} = 24 \text{ (см)}$
 Відповідь: $NO = 24 \text{ см}$.

3. (2 бали) З точки M до площини α проведено дві похилі завдовжки 20 см і 13 см. Одна з проєкцій цих похилих на 11 см більша за іншу. Знайдіть проєкцію більшої похилої та відстань від точки M до площини α .



Дано: MK та MP - похилі,
 $MH \perp \alpha, MK = 20 \text{ см}, MP = 13 \text{ см},$
 $KH = PH + 11$

Знайми: $KH, MH.$

Розв'язання

1) Нехай $KH = x \text{ см}$. Тоді $PH = (x - 11) \text{ см}$.

3 $\triangle MKH$ ($\angle H = 90^\circ$): $MK^2 = MH^2 + KH^2$

3 $\triangle MPH$ ($\angle H = 90^\circ$): $MP^2 = MH^2 + PH^2$

$$MK^2 - KH^2 = MP^2 - PH^2$$

$$20^2 - x^2 = 13^2 - (x - 11)^2$$

$$400 - x^2 = 169 - x^2 + 2 \cdot x \cdot 11 - 11^2$$

$$400 - x^2 = 169 - x^2 + 22x - 121$$

$$-x^2 + x^2 - 22x = 169 - 121 - 400$$

$$22x = 352$$

$$x = 16 \text{ (см)} - KH.$$

$$2) MH^2 = MK^2 - KH^2$$

$$MH^2 = 20^2 - 16^2$$

$$MH^2 = 400 - 256$$

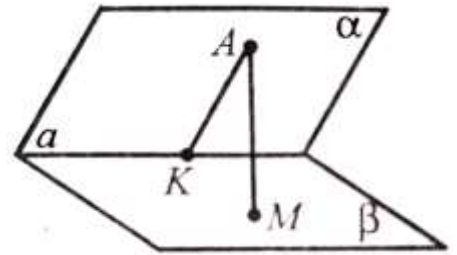
$$MH^2 = 144$$

$$MH = \sqrt{144}$$

$$MH = 12 \text{ (см)}$$

Відповідь: $KH = 16 \text{ см};$
 $MH = 12 \text{ см}.$

4. (3 бали) Площини α і β перетинаються по прямій a під кутом 60° . Точка A належить площині α . Довжина відрізка AM є відстанню від точки A до площини β , а довжина відрізка AK – відстанню від точки A до прямої a . Знайдіть довжину відрізка AK , якщо $AM = \sqrt{3} \text{ см}$.





Дано: $\alpha \cap \beta = a$, $A \in \alpha$, $M \in \beta$,
 $\angle(\alpha, \beta) = 60^\circ$; $AM \perp \beta$, $AK \perp a$,
 $AM = \sqrt{3}$ см.
 Знайти: AK .

Розв'язання

$\angle(\alpha, \beta) = \angle AKM = 60^\circ$. Розм. $\triangle AKM$ ($\angle M = 90^\circ$).
 $\angle A = 90^\circ - \angle K = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

$AK = 2KM$ за властивістю катета куту 30° . Нехай $KM = x$ см, тоді $AK = 2x$ см.

$$AM^2 = AK^2 - KM^2$$

$$(\sqrt{3})^2 = (2x)^2 - x^2$$

$$3 = 4x^2 - x^2$$

$$3x^2 = 3$$

$$x^2 = 1$$

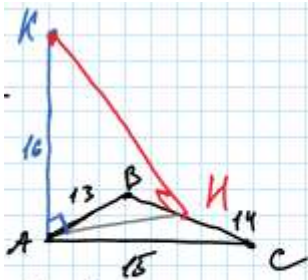
$$x = 1 \text{ (см)} - KM$$

$$AK = 2 \cdot 1 = 2 \text{ (см)}.$$

Відповідь: $AK = 2$ см.

Додаткове завдання (одне на вибір).

5(1). (3 бали) Сторони трикутника дорівнюють 13 см, 14 см і 15 см. Через вершину середнього за величиною кута трикутника до його площини проведено перпендикуляр завдовжки 16 см. Знайдіть (у см) відстань від кінця цього



Дано: $AK \perp (ABC)$, $AB = 13$ см,
 $BC = 14$ см, $AC = 15$ см, $KH \perp BC$,
 $AK = 16$ см.

Знайти: KH .

Розв'язання

$AH \perp BC$ за теоремою про три перпендикуляри.

Нехай $BH = x$ см, тоді $CH = (14 - x)$ см.

$$\triangle ABH (\angle H = 90^\circ): AH^2 = AB^2 - BH^2$$

$$\triangle ACH (\angle H = 90^\circ): AH^2 = AC^2 - CH^2$$

$$AB^2 - BH^2 = AC^2 - CH^2$$

$$13^2 - x^2 = 15^2 - (14 - x)^2$$

$$169 - x^2 = 225 - 14^2 + 2 \cdot 14 \cdot x - x^2$$

$$169 - x^2 = 225 - 196 + 28x - x^2$$

$$-x^2 - 28x + x^2 = 225 - 196 - 169$$

$$-28x = -140$$

$$x = \frac{-140}{-28} = 5 \text{ (см)} - BH$$

$$\triangle ABH (\angle H = 90^\circ):$$

$$AH^2 = AB^2 - BH^2$$

$$AH^2 = 13^2 - 5^2$$

$$AH^2 = 169 - 25 = 144$$

$$AH = \sqrt{144} = 12 \text{ (см)}.$$

$$\triangle AKH (\angle H = 90^\circ):$$

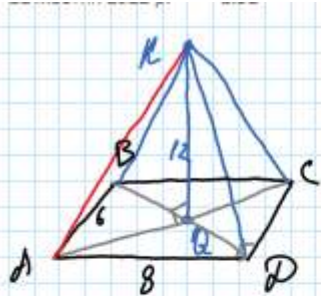
$$KH^2 = AK^2 + AH^2$$

$$KH^2 = 256 + 144 = 400$$

$$KH = \sqrt{400} = 20 \text{ (см)}.$$

перпендикуляра, що не лежить у площині трикутника, до протилежної сторони трикутника.

5(2). (3 бали) Точка Q належить площині прямокутника $ABCD$, QK — перпендикуляр до цієї площини, $QK = 12$ см. Знайдіть довжину відрізка KA , якщо $AB = 6$ см, $AD = 8$ см, $KA = KB = KC = KD$.



Дано: $ABCD$ — прямокутник.
 $Q \in (ABC)$, $K \notin (ABC)$, $QK \perp (ABC)$,
 $QK = 12$ см, $AB = 6$ см, $AD = 8$ см,
 $KA = KB = CK = DK$.
 Знайти: AK .

Розв'язання

$AB = CD = 6$ см, $BC = AD = 8$ см — за властивістю прямокутника.
 Розглянемо $\triangle ACD$ ($\angle D = 90^\circ$). $AC^2 = AD^2 + CD^2$.

$$AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$

$$AC = \sqrt{100} = 10 \text{ см}$$

$AQ = CQ$ за властивістю прямокутника, а отже

$$AQ = \frac{AC}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ (см)}.$$

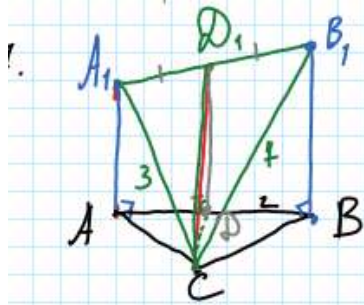
У $\triangle AKQ$ ($\angle Q = 90^\circ$): $AK^2 = KQ^2 + AQ^2$

$$AK^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$

$$AK = \sqrt{169} = 13 \text{ (см)}$$

Відповідь: $AK = 13$ см.

5(3). (3 бали) Дано рівносторонній трикутник ABC , $AB = 2$ см, $AA_1 \perp (ABC)$, $BB_1 \perp (ABC)$, $CA_1 = 3$ см, $CB_1 = 7$ см, $A_1D = DB_1$. Знайдіть довжину CD .



Дано: $\triangle ABC$ - рівносторонній,
 $AB = BC = AC = 2$ см, $AA_1 \perp (ABC)$,
 $BB_1 \perp (ABC)$, $AC = 3$ см, $BB_1 = 4$ см,
 $A_1D_1 = B_1D_1$.
 Знайти: CD_1 .

Розв'язання

У $\triangle AA_1C$ ($\angle A = 90^\circ$): $AC = 2$ см, $A_1C = 3$ см, $AA_1^2 = A_1C^2 - AC^2$.

$$AA_1^2 = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5.$$

$$AA_1 = \sqrt{5} \text{ см.}$$

У $\triangle BB_1C$ ($\angle B = 90^\circ$): $BC = 2$ см, $B_1C = 4$ см, $BB_1^2 = B_1C^2 - BC^2$.

$$BB_1^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12.$$

$$BB_1 = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ см.}$$

Оскільки $AA_1 \parallel BB_1$, то AA_1B_1B - трапеція, $DD_1 \parallel AA_1$,
 $DD_1 \parallel BB_1$, D_1 - середина A_1B_1 , тому DD_1 - середня
 лінія трапеції.

$$DD_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2} = \frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{5}}{2} = 2\sqrt{5} \text{ (см)}.$$

З $\triangle ADC$ ($\angle D = 90^\circ$, оскільки в рівносторонньому трикутнику
 медіана є бісектрисою і висотою).

$$AD = \frac{AB}{2} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ (см)}.$$

$$CD_1^2 = AC^2 - AD^2$$

$$CD_1^2 = 2^2 - 1.5^2 = 4 - 2.25 = 1.75, \quad CD_1 = \sqrt{1.75} \text{ см.}$$

З $\triangle CDD_1$ ($\angle D_1 = 90^\circ$): $CD^2 = CD_1^2 + DD_1^2$.

$$CD^2 = (\sqrt{1.75})^2 + (2\sqrt{5})^2 = 1.75 + 20 = 21.75.$$

$$CD = \sqrt{21.75} \text{ (см)}.$$

Відповідь: $CD = \sqrt{21.75}$ см.

Домашнє завдання: розв'язати задачі (в зошиті):

Тест № 2

- Точка A лежить поза площиною α . Скільки прямих, перпендикулярних до площини α , можна провести через точку A ?
 А Одну Б Дві В Безліч Г Жодної
- На рис. 1 зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Укажіть серед наведених нижче прямих пряму, перпендикулярну до прямої CB_1 .
 А AA_1 Б CD_1
 В CD Г $B_1 D_1$
- Точка A віддалена від площини α на 8 см. Із цієї точки до площини α проведено похилу AB завдовжки 10 см. Знайдіть довжину проекції похилої AB на площину α .
 А 5 см Б 8 см
 В 6 см Г 10 см
- На рис. 2 зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ із ребром a . Знайдіть відстань між прямими DC і AA_1 .
 А a Б $a\sqrt{2}$
 В $\frac{a}{2}$ Г $\frac{a\sqrt{2}}{2}$
- Дано три площини α , β і γ такі, що $\alpha \perp \beta$, $\beta \perp \gamma$. Укажіть твердження, яке завжди буде правильним.
 А Площини α і β паралельні.
 Б Площини α і β перпендикулярні.
 В Кут між площинами α і γ дорівнює 45° .
 Г Жодне з тверджень А-В не є правильним.
- Дано прямі m і n та площину α такі, що $m \parallel n$, $m \perp \alpha$. Укажіть правильне твердження.
 А Пряма n паралельна площині α .
 Б Пряма n перпендикулярна до площини α .
 В Пряма n лежить у площині α .
 Г Пряма n перетинає площину α під кутом 45° .

Рис. 1

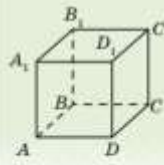
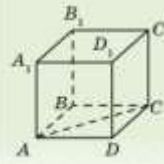


Рис. 2



- Пряма MB перпендикулярна до площини квадрата $ABCD$, зображеного на рис. 3. Навіть кут між прямою MD і площиною квадрата.
 А $\angle MDA$ Б $\angle MDB$
 В $\angle MBD$ Г $\angle MDC$
- Із точки D до площини α проведено похилу DM , яка утворює з площиною α кут 30° . Знайдіть відстань від точки D до площини α , якщо проекція похилої DM на цю площину дорівнює 12 см.
 А 6 см Б $12\sqrt{3}$ см
 В $4\sqrt{3}$ см Г 24 см
- Пряма DA перпендикулярна до площини рівнобедреного трикутника ABC з основою BC , зображеного на рис. 4, точка M — середина сторони BC . Укажіть кут між площинами ABC і DBC .
 А $\angle DBA$ Б $\angle DCA$
 В $\angle DMA$ Г $\angle DAM$
- На рис. 5 зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Знайдіть кут між прямими AB_1 і CD_1 .
 А 60° Б 0°
 В 45° Г 90°
- Точка M рівновіддалена від сторін квадрата $ABCD$ і розташована на відстані $2\sqrt{3}$ см від його площини. Знайдіть відстань від точки M до сторін квадрата, якщо сторона квадрата дорівнює 4 см.
 А 4 см Б 2 см В 6 см Г 5 см

Рис. 3

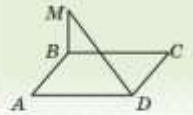


Рис. 4

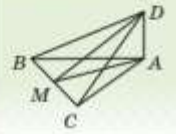
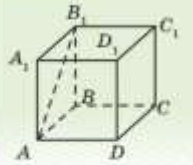


Рис. 5



Зворотній зв'язок:

E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com