

07.02.2024

Група 24

Геометрія

Урок 27-28

**Тема:** Розв'язування задач з теми: «Об'єм призми та паралелепіпеда». Об'єм піраміди

**Мета:**

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати знання з фізики під час розв'язування прикладних задач; формувати уяву про процеси у природі;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення фізики та астрономії; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення фізики та астрономії, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

**Матеріали до уроку:**

**Задача 1.** Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 2 см і 8 см, а діагональ більшої за площею бічної грані дорівнює 10 см. Знайти об'єм паралелепіпеда.

**Розв'язання.**

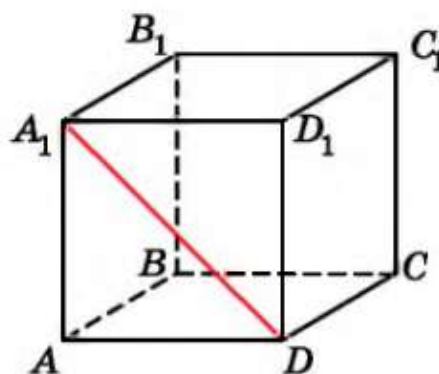
1) Нехай  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – прямокутний паралелепіпед,  $AB = 2$  см,  $AD = 8$  см,  $A_1 D = 10$  см (мал. 8.2).

2) У  $\triangle AA_1 D$  ( $\angle A = 90^\circ$ ):

$$AA_1 = \sqrt{A_1 D^2 - AD^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6 \text{ (см)}.$$

3) Маємо  $V = AB \cdot AD \cdot AA_1 = 2 \cdot 8 \cdot 6 = 96 \text{ (см}^3\text{)}$ .

Відповідь.  $96 \text{ см}^3$ .

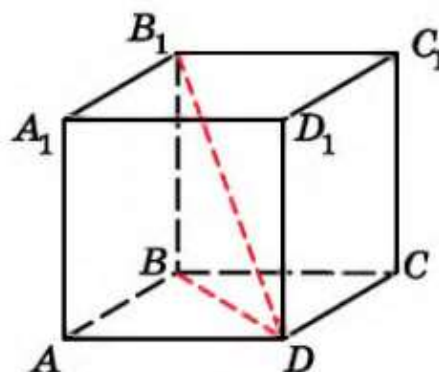


Мал. 8.2

**Задача 2.** Основою прямокутного паралелепіпеда є квадрат з діагоналлю 6 см. Знайти об'єм паралелепіпеда, якщо його діагональ нахилена до площини основи під кутом  $60^\circ$ .

**Розв'язання.**

1) Нехай  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – прямокутний паралелепіпед, у якого основа  $ABCD$  – квадрат,  $BD = 6$  см,  $\angle B_1 D B = 60^\circ$  (мал. 8.3).



Мал. 8.3

2) Площа основи  $S = \frac{1}{2} \cdot 6^2 = 18 \text{ (см}^2\text{)}$ .

3) У  $\triangle BB_1D$  ( $\angle B = 90^\circ$ ):

$$BB_1 = BD \operatorname{tg} \angle B_1DB = 6 \operatorname{tg} 60^\circ = 6\sqrt{3} \text{ (см)}, h = 6\sqrt{3} \text{ см.}$$

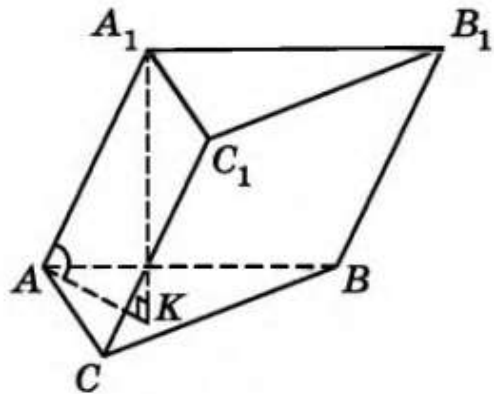
4) Тоді об'єм паралелепіпеда:

$$V = Sh = 18 \cdot 6\sqrt{3} = 108\sqrt{3} \text{ (см}^3\text{)}.$$

Відповідь.  $108\sqrt{3} \text{ см}^3$ .

**Задача 3.** Основою похилої призми є правильний трикутник зі стороною 4 см. Бічне ребро призми дорівнює 6 см і нахилене до площини основи під кутом  $30^\circ$ . Знайти об'єм призми.

Розв'язання. 1) Нехай  $ABCA_1B_1C_1$  – задана в умові призма,  $\triangle ABC$  – правильний,  $AB = 4$  см,  $AA_1 = 6$  см,  $A_1K = h$  – висота призми,  $\angle A_1AK$  – кут нахилу бічного ребра до площини основи,  $\angle A_1AK = 30^\circ$  (мал. 8.7).



Мал. 8.7

2) Площа основи  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ , де  $a = AB$  – сторона основи. Маємо

$$S = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}.$$

3) У  $\triangle AA_1K$  ( $\angle K = 90^\circ$ ):  $h = A_1K = \frac{AA_1}{2} = \frac{6}{2} = 3$  (см) (за властивістю катета, що лежить проти кута  $30^\circ$ ).

4) Маємо  $V = Sh = 4\sqrt{3} \cdot 3 = 12\sqrt{3} \text{ (см}^3\text{)}$ .

Відповідь.  $12\sqrt{3} \text{ см}^3$ .

**Задача 4.** Основою прямого паралелепіпеда є ромб зі стороною 8 см і гострим кутом  $60^\circ$ . Менша діагональ паралелепіпеда дорівнює більшій діагоналі ромба. Знайти об'єм паралелепіпеда.

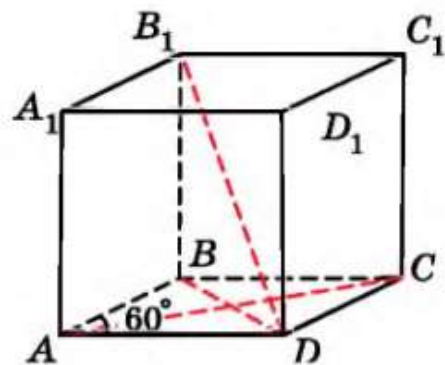
Розв'язання.

1) Нехай  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – заданий в умові паралелепіпед,  $ABCD$  – ромб,  $AB = 8$  см,  $\angle BAD = 60^\circ$  (мал. 8.8).

2) Площа основи:

$$S = AB^2 \sin \angle BAD = 8^2 \sin 60^\circ = 64 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 32\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}.$$

3)  $\triangle ABD$  – рівносторонній,  $BD = AB = 8$  см.



Мал. 8.8

4) У  $\triangle ABC$ :  $\angle ABC = 120^\circ$ . За теоремою косинусів:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC;$$

$$AC = \sqrt{8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8^2 \cdot \cos 120^\circ} = 8\sqrt{3} \text{ (см)}.$$

5) Оскільки  $BD < AC$ , то  $B_1D$  – менша діагональ паралелепіпеда,  $B_1D = AC = 8\sqrt{3}$  см.

6) У  $\triangle BB_1D$  ( $\angle B = 90^\circ$ ):

$$BB_1 = \sqrt{B_1D^2 - BD^2} = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 - 8^2} = 8\sqrt{2} \text{ (см)}.$$

7) Тоді об'єм  $V = 32\sqrt{3} \cdot 8\sqrt{2} = 256\sqrt{6}$  (см<sup>3</sup>).

Відповідь.  $256\sqrt{6}$  см<sup>3</sup>.

**Домашнє завдання:** розв'язати задачі (у зошиті):

- 1) Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 4 см і 16 см, а діагональ більшої за площею бічної грані дорівнює 40 см. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.
- 2) Виміри прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 2 см, 3 см і 4,5 см. Знайдіть ребро куба, об'єм якого дорівнює об'єму даного паралелепіпеда.

**Зворотній зв'язок:**

**E-mail** [t.anastasia.igorivna@gmail.com](mailto:t.anastasia.igorivna@gmail.com)