

27.09.2023

Група 33

Математика (алгебра)

Урок 7-8

Тема уроку: Розв'язування показникових рівнянь.

Мета уроку: Формування умінь учнів розв'язувати показникові рівняння способом зведення до спільної основи; способом винесення за дужки спільного множника; способом зведення до спільного показника; графічним способом.

Матеріали до уроку

Приклади найпростіший рівнянь:

№ 1: $5^{x^2-6x-35\frac{1}{3}} = 625\sqrt[3]{25}$; $5^{x^2-6x-35\frac{1}{3}} = 5^4\frac{2}{3}$;

$$x^2 - 6x - 35\frac{1}{3} = 4\frac{2}{3}; \quad x^2 - 6x - 40 = 0.$$

$$x_1 = 10; x_2 = -4.$$

Відповідь: 10; -4.

№ 2: $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{2}{3}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3x+3} = \frac{2}{3}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-3x+3x} = \frac{2}{3}$;

$$2x - 3x + 3 = 1; -x = -2; x = 2.$$

Відповідь: 2.

способи розв'язування показникових рівнянь.

1. Спосіб приведення рівняння до спільної основи, тобто до рівняння виду

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}.$$

Як відомо, показникова функція $y = a^x$, $a > 0$ і $a \neq 1$ монотонна, тому кожне своє значення вона приймає тільки при одному значенні аргументу. Із рівності $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ випливає, що $f(x) = g(x)$.

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння $2^x \cdot 5^x = 0,1(10^{x-1})^3$.

Розв'язання

$$2^x \cdot 5^x = 0,1(10^{x-1})^3; 10^x = 10^{-1} \cdot 10^{3x-3}; 10^x = 10^{3x-4}; x = 3x - 4; x = 2.$$

Відповідь: 2.

2. Спосіб винесення спільного множника за дужки.

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння $3^x - 2 \cdot 3^{x-2} = 63$.

Розв'язання

$$3^x - 2 \cdot 3^{x-2} = 63; 3^x - 2(3^2 - 2) = 63; 3^x - 2 \cdot 7 = 63; 3^x - 2 = 9; x - 2 = 2; x = 4.$$

Відповідь: 4.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння $5^{2x-1} - 5^{2x} + 2^{2x} + 2^{2x+2} = 0$.

Розв'язання

$$5^{2x-1} - 5^{2x} + 2^{2x} + 2^{2x+2} = 0; \quad 2^{2x}(1 + 2^2) = 5^{2x}(1 - 5^{-1}); \quad 2^{2x} \cdot 5 = 5^{2x} \cdot \frac{4}{5};$$

$$\frac{2^{2x}}{5^{2x}} = \frac{4}{25}; \left(\frac{2}{5}\right)^{2x} = \left(\frac{2}{5}\right)^2; 2x = 2; x = 1.$$

Відповідь: 1.

3. Спосіб приведення рівняння до квадратного.

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння $49^x - 8 \cdot 7^x + 7 = 0$.

Розв'язання

$$49^x - 8 \cdot 7^x + 7 = 0; (7^2)^x - 8 \cdot 7^x + 7 = 0; (7^x)^2 - 8 \cdot 7^x + 7 = 0.$$

Нехай $7^x = t$, тоді $t^2 - 8t + 7 = 0$; $t_1 = 7$; $t_2 = 1$.

Отже: 1) $7^x = 7$; $x = 1$; 2) $7^x = 1$; $7^x = 7^0$; $x = 0$.

Відповідь: 1; 0.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння (№ 1 (47)) $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$.

Розв'язання

$$3 \cdot 4^{2x} + 2 \cdot 9^{2x} = 5 \cdot 4^x \cdot 9^x; \frac{3 \cdot 4^{2x}}{9^{2x}} + \frac{2 \cdot 9^{2x}}{9^{2x}} = \frac{5 \cdot 4^x \cdot 9^x}{9^{2x}}; 3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^x + 2 = 0.$$

Заміна $\left(\frac{4}{9}\right)^x = y$, тоді $3y^2 - 5y + 2 = 0$, звідси $y_1 = \frac{2}{3}$; $y_2 = 1$.

Отже: 1) $\left(\frac{4}{9}\right)^x = \frac{2}{3}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = \frac{2}{3}$; $2x = 1$; $x = \frac{1}{2}$; 2) $\left(\frac{4}{9}\right)^x = 1$; $x = 0$.

Відповідь: 0; $\frac{1}{2}$.

4. Графічний спосіб розв'язування показникових рівнянь.

Приклад. Розв'яжіть графічно рівняння $\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 1$.

Розв'язання

Будуємо графіки функцій $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y = x + 1$ в одній системі

координат. Графіки функцій $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y = x + 1$ перетинаються в

точці, абсциса якої $x = 0$ (рис. 154).

Відповідь: $x = 0$.

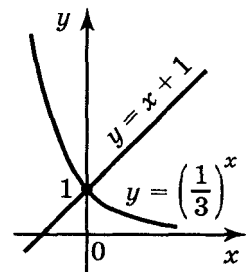


Рис. 154

Домашнє завдання.

а) $2^{x+3} \cdot 3^x = 288$;

б) $3^{x+2} - 3^x = 72$;

в) $4^{x+1} + 4^{x-2} = 260$;

г) $4 \cdot 3^{x-1} + 3^{x+1} = 117$;

д) $7 \cdot 5^x - 5^{x+1} = 2 \cdot 5^{-3}$;

е) $3^{x^2} + 3^{x^2+1} + 3^{x^2+2} = 13 \cdot 3^{x^2+2}$;

ж) $36^x - 4 \cdot 6^x - 12 = 0$;