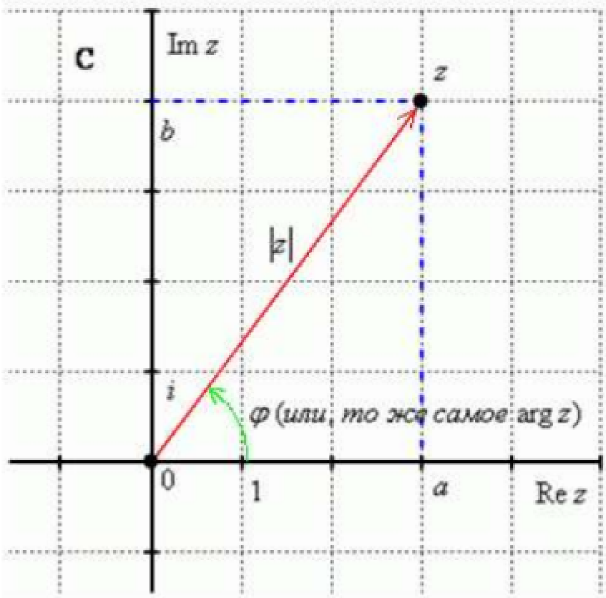
Група Б-1
Вища математика
Урок 59-60
Тема уроку: Тригонометрична форма комплексного числа.
Мета уроку :
- сформувати в учнів поняття тригонометрична форма комплексного числа;вивчення дій над комплексними числами записаних у тригонометричній формі;
- розвивати самостійне логічне мислення, вміння порівнювати, узагальнювати, систематизувати, робити висновки, розвивати математичне мовлення;
- виховувати науковий світогляд учнів, культуру письма, комунікативні навички, почуття взаємоповаги.

Матеріали для уроку:

Зобразимо на комплексній площині число $\boldsymbol{z = a + bi}$. Для визначеності і простоти пояснень розташуємо його в першій координатної чверті, тобто вважаємо, що: *a>0; b>0.*



Модулем комплексного числа $\boldsymbol{z}$ називається відстань від початку координат до відповідної точки комплексної площини. Попросту кажучи, модуль - це довжина радіус-вектора, який на кресленні позначений червоним кольором.

Модуль комплексного числа стандартно позначають r: або |z|

По теоремі Піфагора легко вивести формулу для знаходження модуля комплексного числа: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. **(3)**

Аргументом комплексного числа називається кут між додатною піввіссю дійсної осі і радіус-вектором, проведеним з початку координат до відповідної точки. Аргумент не визначено для числа: $\boldsymbol{z = 0}$.

Даний принцип практично однаковий з полярними координатами, де полярний радіус і полярний кут однозначно визначають точку.

Аргумент комплексного числа $\boldsymbol{z}$ стандартно позначають φ: або arg $\boldsymbol{z}$

За означенням $\boldsymbol{\sin\varphi = \frac{b}{r}\,;\ \cos\varphi = \frac{a}{r}\,;\ \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{b}{a}}$

З геометричних міркувань виходить наступна формула для знаходження аргументу: $\boldsymbol{\arg z = arctg\frac{b}{a}}$

Увага! Дана формула працює тільки в правій півплощині! Якщо комплексне число розташовується не в 1-й і не 4-й координатної чверті, то формула буде трохи іншою.. Ці випадки ми теж розберемо.

Виразимо $a = r * \cos\varphi$; $b = r * \sin\varphi$

Підставимо: $\boldsymbol{z = a + bi} = r * \cos\varphi + \mathrm{i} * r * \sin\varphi = r(\cos\varphi + i * \sin\varphi)$

$$\boldsymbol{z = r(\cos\varphi + i * \sin\varphi)} \qquad \textit{(4)}$$

- тригонометрична форма комплексного числа, де $r = \sqrt{a^2 + b^2}$*- модуль к. ч., а*

$\varphi -$ аргумент к. ч.

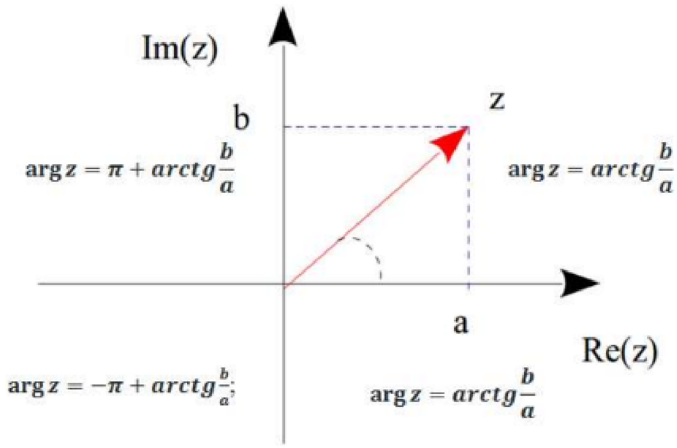
Алгоритм переводу комплексного числа із алгебраїчної форми в тригонометричну

Знаходимо модуль к.ч. за формулою (1) $r = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Знаходимо аргумент $\boldsymbol{\varphi}$. Формули для знаходження аргументу будуть різними, це залежить від того, в якій координатної чверті лежить число. При цьому можливі три варіанти

Записуємо к.ч. в тригонометричній формі

$\boldsymbol{z = r(\cos\varphi + i * \sin\varphi)}$



Вправа: Подати у тригонометричній формі комплексні числа: $z_1 = -2 - 2i$

Розв'язок: Для числа z_1: $a = 2, b = -2 \quad \Rightarrow r = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

Число z_1 лежить у 3 чверті ($a < 0, b < 0$), тому аргумент знаходимо за формулою: $\arg z = -\pi + arctg\frac{b}{a}$. $\arg z_1 = arctg\frac{-2}{2} = arctg(-1) \Rightarrow \varphi = -\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{-4\pi - \pi}{4} = \frac{-5\pi}{4}$ (Дивись у таблицю арктангенсів). Тоді тригонометрична форма числа z_1 буде: $z_1 = 2\sqrt{2}\left(\cos(-\frac{5\pi}{4}\right) + i\sin(-\frac{5\pi}{4}))$

Домашнє завдання:

1. Записати в тригонометричній формі комплексні числа

1) $z = -7$; 2) $z = 5{,}2$; 3) $z = 4{,}7i$; 4) $z = -\pi i$; 5) $z = 5 + 5i$; 6) $z = \sqrt{3} - i$;
7) $z = 1 + i\left(\sqrt{2} - 1\right)$; 8) $z = 2\left(\sin\frac{\pi}{3} + i\cos\frac{\pi}{3}\right)$; 9) $z = -3\left(\cos\frac{2\pi}{3} - i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$.

Зворотній зв'язок:
E-mail vitasergiivna1992@gmail.com