25.10.2023

Група 34

Математика (алгебра)

Урок 13-14

Тема: Множина та її елементи

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати знання з фізики під час розв'язування прикладних задач; формувати уяву про процеси у природі;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення фізики та астрономії; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення фізики та астрономії, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

У цьому розділі розглянемо елементи комбінаторики, теорії ймовірностей та математичної статистики.

Але спочатку треба пригадати та розширити поняття *множини*.

1. Поняття множини. Підмножина

Раніше ви вже розглядали числові множини: натуральних чисел (позначають – N), цілих чисел (позначають – Z), раціональних чисел (позначають – Q), дійсних чисел (позначають – R).

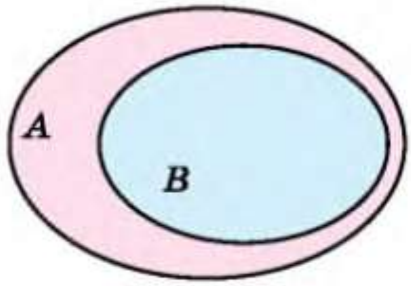
Поняття «множина» у більш широкому розумінні є одним з основних у математиці і тому не має означення. Під поняттям множини будемо розуміти певну сукупність об'єктів будь-якої природи, самі об'єкти при цьому називатимемо *елементами множини*.

Зазвичай множини позначають великими латинськими літерами. Якщо, наприклад, множина A складається із чисел 1, 2, 3, 4, то це записують так: $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Числа 1, 2, 3, 4 – елементи множини A. Той факт, що число 1 належить множині A, записують за допомогою знака $\in$, а саме: $1 \in A$. Число 5 не належить множині A, тому це твердження записують так: $5 \notin A$.

У математиці також розглядають множину, яка не містить жодного елемента, – *порожню множину*. Її позначають символом $\varnothing$. Так, наприклад, порожньою множиною є множина дійсних розв'язків рівняння $x^2 + 1 = 0$.

Якщо кожен елемент множини B є елементом множини A, то кажуть, що множина B є підмножиною множини A.

Записують це так: $B \subset A$. Схематично це можна проілюструвати за допомогою кругів, які ще називають *діаграмами* (*кругами*) *Ейлера–Венна* (мал. 13.1).



Мал. 13.1

Приклад 1. Нехай $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{4, 5\}$. Тоді множина B є підмножиною множини A: $B \subset A$. Множина C не є підмножиною множини A, оскільки у множину C входить елемент 5, який не входить у множину A.

Приклад 2. Для відомих вам числових множин можна записати $N \subset Z$, $Z \subset Q$, $N \subset Q$, $Z \subset R$ тощо.

Уважають, що порожня множина є підмножиною будь-якої множини.

2. Рівність множин

Розглянемо множини $A = \{1, 2, 3\}$ і $B = \{2, 3, 1\}$. Ці множини складаються з одних і тих самих елементів, але записаних у різному порядку. Такі *множини* називають *рівними*. А записують це так: $A = B$.

Якщо множина складається зі скінченної кількості елементів, таку *множину* називають *скінченною*, у протилежному випадку множину називають *нескінченною*. Отже,

скінченні множини A і B називають *рівними*, якщо вони складаються з одних і тих самих елементів.

Означення рівних множин (як скінченних, так і нескінченних) можна дати, використовуючи поняття підмножини:

дві множини називають *рівними*, якщо кожна з них є підмножиною іншої.

3. Впорядковані множини

Під час розв'язування багатьох задач доводиться розглядати не лише множини, у яких елементи записано в довільному порядку, а й множини, у яких порядок розташування елементів важливий: який елемент записано на першому місці, який – на другому тощо. Такі множини називають *впорядкованими*. Записують впорядковані множини у круглих дужках. Наприклад, $A = (1, 2, 3)$, $B = (1, 3, 2)$. Оскільки множини впорядковані, то $A \neq B$.

Невпорядковані множини можна впорядковувати за різними правилами.

Приклад [illegible]. Нехай дано невпорядковану множину $A = \{2, -1, 4\}$. Її можна впорядкувати за зростанням $B = (-1, 2, 4)$, за спаданням $C = (4, 2, -1)$, за зростанням модулів $D = (-1, 2, 4)$ тощо. Зауважимо, що, наприклад, $B \neq C$, але $B = D$.

1) Запишіть усі підмножини множини $M = \{c, d, k\}$.

Розв'язання. Підмножинами цієї множини будуть множини:

$$\{c\}, \{d\}, \{k\}, \{c, d\}, \{c, k\}, \{d, k\}, \{c, d, k\}, \varnothing.$$

2) Знайдіть переріз та об'єднання множин A і B, якщо $A = \{6, 7, 8, 9, 10\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Розв'язання. Оскільки $A \subset B$, то $A \cap B = A\{6, 7, 8, 9, 10\}$.

$A \cup B = B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

3) A і B — множини розв'язків рівнянь $x^3 - x = 0$ та $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$. Знайдіть: а) $A \cup B$; б) $A \cap B$.

Розв'язання. Розв'яжемо кожне рівняння:

$x^3 - x = 0$, $x(x - 1)(x + 1) = 0$, звідки $x_1 = 0$, $x_2 = -1$, $x_3 = 1$;

$x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$, $x^2(x - 3) - (x - 3) = 0$, $(x^2 - 1)(x - 3) = 0$, звідки $x_1 = 3$, $x_2 = -1$, $x_3 = 1$.

Отже, $A = \{0, -1, 1\}$, $B = \{-1, 1, 3\}$.

Тоді: а) $A \cup B = \{-1, 0, 1, 3\}$; б) $A \cap B = \{-1, 1\}$.

Домашнє завдання: розв'язати задачі (в зошиті):

1) До яких числових множин (N, Z, Q, R) належить число **(13.3–13.4)**:

1) $-7{,}2$; 2) $2\frac{1}{3}$; 3) e; 4) 10;

5) $\sqrt{13}$; 6) $\frac{\pi}{3}$; 7) -5; 8) $111{,}2$?

2) Запишіть множину, перерахувавши її елементи

1) двоцифрові натуральні числа, які кратні 33;
2) непарні натуральні числа, які менші за 15;
3) літери слова «зима»;
4) місяці року.

Зворотній зв'язок:
E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com