

25.09.2023

Група 32

Математика (геометрія)

Урок 5-6

Тема: Об'єм циліндра

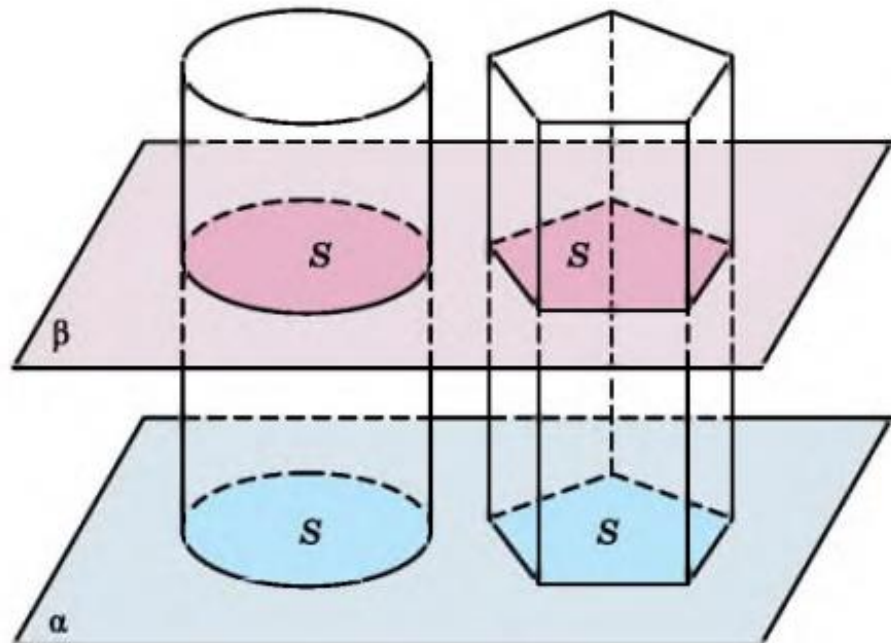
Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати знання з фізики під час розв'язування прикладних задач; формувати уяву про процеси у природі;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення фізики та астрономії; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення фізики та астрономії, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

**Т** Теорема (про об'єм циліндра). Об'єм циліндра дорівнює добутку площі його основи на висоту.

- Доведення. 1) Розмістимо циліндр із площею основи  $S$  і висотою  $h$  на площину  $\alpha$  поряд із призмою, яка має також площу основи  $S$  і висоту  $h$  (мал. 10.1).



Мал. 10.1

- 2) Оскільки висоти циліндра і призми рівні між собою, то кожна площина  $\beta$ , яка паралельна площині  $\alpha$ , що перетинає циліндр, перетинає також і призму.
- 3) Усі відповідні площі перерізів циліндра і призми рівні, оскільки кожна з них дорівнює  $S$ .
- 4) Розглядувані тіла задовольняють усі умови принципу Кавальєрі. Тому об'єм циліндра дорівнює об'єму призми і дорівнює  $Sh$ . ■

**Н** Наслідок. Якщо радіус циліндра дорівнює  $r$ , а висота –  $h$ , то об'єм циліндра  $V = \pi r^2 h$ .

**Задача 1.** Осьовий переріз циліндра – прямокутник, діагональ якого дорівнює  $4\sqrt{3}$  см і утворює з площиною основи кут  $30^\circ$ . Знайти об'єм циліндра.

Розв'язання. 1) На малюнку 10.2 зображено заданий в умові циліндр. Прямокутник  $ABCD$  – його осьовий переріз,  $AC = 4\sqrt{3}$  см,  $\angle CAD = 30^\circ$ .

2) У  $\triangle ACD$  ( $\angle D = 90^\circ$ ):

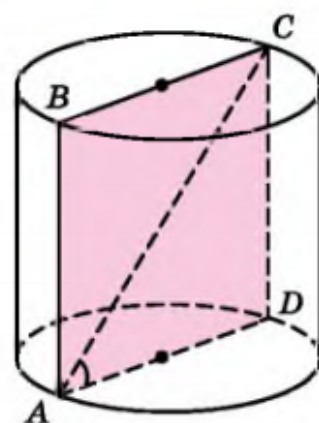
$$CD = AC \sin \angle CAD = 4\sqrt{3} \sin 30^\circ = 2\sqrt{3} \text{ (см);}$$

$CD = h$  – висота циліндра.

3) У  $\triangle ACD$ :  $AD = AC \cos \angle CAD = 4\sqrt{3} \cos 30^\circ = 6$  (см). Тоді радіус циліндра  $r = \frac{AD}{2} = \frac{6}{2} = 3$  (см).

4) Маємо  $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 2\sqrt{3} = 18\sqrt{3}\pi$  (см<sup>3</sup>).

Відповідь.  $18\sqrt{3}\pi$  см<sup>3</sup>.



Мал. 10.2

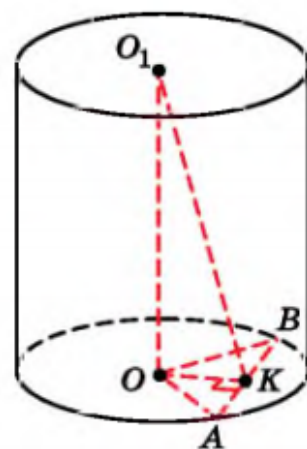
**Задача 2.** У нижній основі циліндра проведено хорду, яку видно із центра основи під кутом  $120^\circ$ . Відрізок, що сполучає центр верхньої основи із серединою заданої хорди, дорівнює 10 см і утворює з площиною нижньої основи кут  $60^\circ$ . Знайти об'єм циліндра.

Розв'язання. 1) На малюнку 10.3 зображено заданий в умові циліндр,  $\angle BOA = 120^\circ$ ,  $K$  – середина  $AB$ ,  $O_1K = 10$  см,  $\angle O_1KO = 60^\circ$ .

2) У  $\triangle O_1KO$  ( $\angle O = 90^\circ$ ):

$$OO_1 = O_1K \sin \angle O_1KO = 10 \sin 60^\circ = 5\sqrt{3} \text{ (см),}$$

$O_1O = h$ .



Мал. 10.3

- 3) У  $\triangle O_1KO$ :  $OK = O_1K \cos \angle O_1KO = 10 \cos 60^\circ = 5$  (см).
- 4) Оскільки  $K$  – середина  $AB$  і  $\triangle AOB$  – рівнобедрений ( $OA = OB$ ), то  $OK$  – медіана, бісектриса і висота  $\triangle AOB$ :  
 $\angle OKA = 90^\circ$ ,  $\angle AOK = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$ .
- 5) У  $\triangle OKA$  ( $\angle K = 90^\circ$ ):  $OA = \frac{OK}{\cos \angle AOK} = \frac{5}{\cos 60^\circ} = 10$  (см).
- Отже,  $r = 10$  см.
- 6) Об'єм циліндра  $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 10^2 \cdot 5\sqrt{3} = 500\sqrt{3}\pi$  (см<sup>3</sup>).
- Відповідь.  $500\sqrt{3}\pi$  см<sup>3</sup>.

Домашнє завдання: розв'язати задачі (у зошиті):

- 1) **1.** Висота циліндра дорівнює 8 см, а радіус основи – 2 см. Знайдіть об'єм циліндра.
- 2) **8.** Підземне бензосховище має форму циліндра, внутрішній діаметр якого 2,4 м, а довжина – 8 м. Скільки тонн бензину може вмістити таке бензосховище (густина бензину 720 кг/м<sup>3</sup>)?

**Зворотній зв'язок:**

**E-mail** t.anastasia.igorivna@gmail.com