

17.10.2023

Група 25

Математика (геометрія)

Урок 1-2

Тема: Вимірювання відстаней у просторі

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

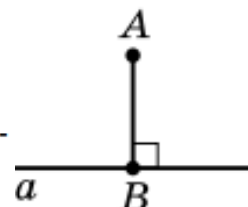
Матеріали до уроку:

1. Відстань від точки до прямої

Як і на площині, у просторі

! *відстань від точки до прямої* – це довжина перпендикуляра, проведеного з цієї точки до цієї прямої.

На малюнку 9.1 довжина відрізка AB – відстань від точки A до прямої a .



2. Відстань від точки до площини

Як було зазначено в одному з попередніх параграфів,

! *відстань від точки до площини* – це довжина перпендикуляра, проведеного із цієї точки до цієї площини.

Мал. 9.1

3. Відстань від прямої до площини

Якщо пряма належить площині або перетинає площину, то вважають, що відстань від прямої до площини дорівнює нулю.

! *Відстанню від прямої до паралельної їй площини* називають довжину перпендикуляра, проведеного з будь-якої точки прямої до площини.

На малюнку 9.4 довжина відрізка AB – відстань від прямої a до паралельної їй площини α .

Можна довести, що відстань від прямої до паралельної їй площини не залежить від вибору точки A . Дійсно, $A_1B_1 = AB$ (як протилежні сторони прямокутника).

4. Відстань між площинами

Якщо площини перетинаються, то вважають, що відстань між такими площинами дорівнює нулю.

! Відстанню між двома паралельними площинами називають довжину перпендикуляра, проведеного з будь-якої точки однієї площини до другої.

На малюнку 9.6 довжина відрізка AB – відстань між площинами α і β . Відстань між паралельними площинами не залежить від вибору точки A .

Задача 1. Пряма AM перпендикулярна до площини рівностороннього трикутника ABC . Знайти відстань від точки M до прямої BC , якщо $AM = 4$ см, $AB = 2\sqrt{3}$ см.

Розв'язання. 1) Нехай точка K – середина BC (мал. 9.2). Тоді AK – медіана і висота рівностороннього трикутника ABC .

2) Проведемо відрізок MK . Оскільки $AM \perp (ABC)$, MK – похила до (ABC) , AK – її проекція, $AK \perp BC$, то $MK \perp BC$ (за теоремою про три перпендикуляри). Тоді MK – відстань від точки M до прямої BC .

$$3) CK = \frac{BC}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ (см)}.$$

4) У $\triangle AKC$ ($\angle K = 90^\circ$):

$$AK = \sqrt{AC^2 - CK^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = 3 \text{ (см)}.$$

5) У $\triangle AMK$ ($\angle A = 90^\circ$):

$$MK = \sqrt{AM^2 + AK^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ (см)}.$$

Відповідь. 5 см.

Задача 2. У прямокутнику $ABCD$ зі сторонами $AB = 6$ см, $BC = 8$ см діагоналі перетинаються в точці O , OK – перпендикуляр до площини прямокутника. Знайти відстань від точки K до площини прямокутника, якщо $AK = 13$ см.

Розв'язання. $OK \perp (ABC)$, тому OK – шукана відстань (мал. 9.3).

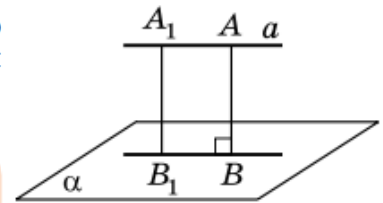
$$1) AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ (см)}.$$

$$2) AO = \frac{AC}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ (см)}.$$

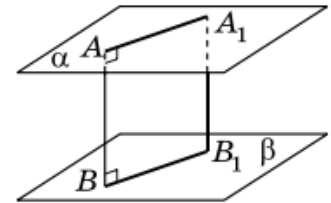
3) У $\triangle AOK$ ($\angle O = 90^\circ$):

$$OK = \sqrt{AK^2 - AO^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ (см)}.$$

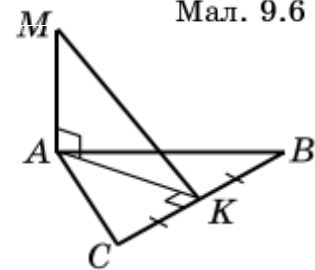
Відповідь. 12 см.



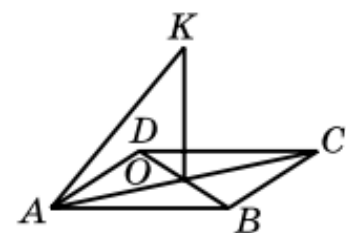
Мал. 9.4



Мал. 9.6



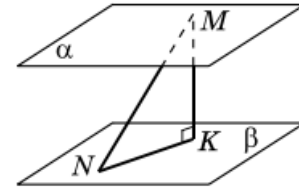
Мал. 9.2



Мал. 9.3

Задача 3. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб, ребро якого дорівнює $4\sqrt{2}$ см. Знайти відстань від прямої BC до площини $AB_1 C_1$.

- Розв'язання (мал. 9.5). 1) Оскільки $BC \parallel B_1 C_1$, то пряма BC паралельна площині $AB_1 C_1$.
- 2) $CD_1 \perp C_1 D$, точка O – точка перетину діагоналей грані $CD_1 C_1 D$.
- 3) $CO \perp AB_1 C_1$, тому CO – шукана відстань.
- 4) $CD_1 = CD \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 8$ (см).
- 5) $CO = \frac{CD_1}{2} = \frac{8}{2} = 4$ (см).



Мал. 9.7

Відповідь. 4 см.

Задача 4. Кінці відрізка MN завдовжки 17 см належать паралельним площинам α і β . Проекція відрізка на одну із цих площин дорівнює 8 см. Знайти відстань між площинами α і β .

- Розв'язання. 1) Проведемо MK – перпендикуляр до площини β (мал. 9.7).
- 2) Тоді MK – шукана відстань, а NK – проекція MN на площину β , $NK = 8$ см.
- 3) Із $\triangle MNK$ ($\angle K = 90^\circ$):
- $MK = \sqrt{MN^2 - NK^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ (см).
- Відповідь. 15 см.

Домашнє завдання: розв'язати задачі (в зошиті):

- 1) З точки B до площини α проведено перпендикуляр і похилу. Знайдіть відстань від точки B до площини α , якщо проекція похилої дорівнює $3\sqrt{2}$ см і утворює з похилою кут 45° .
- 2) Через вершину B квадрата $ABCD$ до його площини проведено перпендикуляр BM . Знайдіть відстань від точки M до прямої AD , якщо $BD = 4\sqrt{2}$ см, $BM = 3$ см.

Зворотній зв'язок:

E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com