

16.11.2023

Група 21

Математика (геометрія)

Урок 7-8

Тема: Кут між площинами

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Кут між площинами. Ви вже знаєте з п. 30, як знайти кут між площинами. Якщо дві площини паралельні, то вважають, що кут між ними

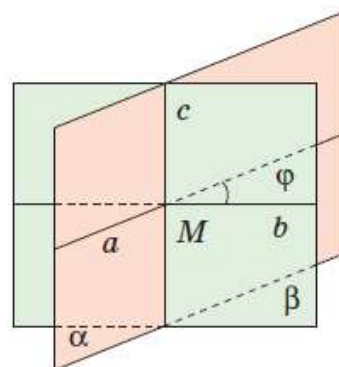
дорівнює 0° . Якщо площини α і β перетинаються по прямій c , то, щоб визначити кут між цими площинами, у кожній з них через довільну точку M прямої c можна провести прямі a і b , перпендикулярні до прямої c (мал. 318).

Кут між прямими a і b приймають за кут між даними площинами α і β . Можна довести, що міра цього кута φ не залежить від вибору точки O на прямій c . Кут між двома площинами, як і між двома прямими, знаходиться в межах від 0° до 90° .

Якщо кут між двома площинами дорівнює 90° , то площини перпендикулярні.

Якщо дві площини перетинаються, то вони весь простір поділяють на 4 частини, які називають двограними кутами.

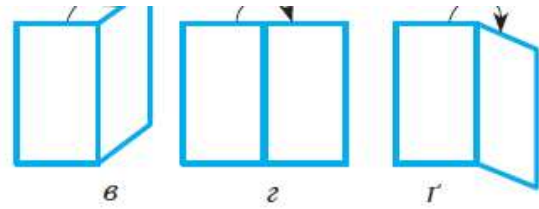
Півплощини, які обмежують двограний кут, називають його гранями, а їх спільну пряму — ребром двогранного кута (мал. 319). Фігуру, утворену двома півплощинами зі спільною прямою, що їх обмежує, також називають двограним кутом.



Мал. 318

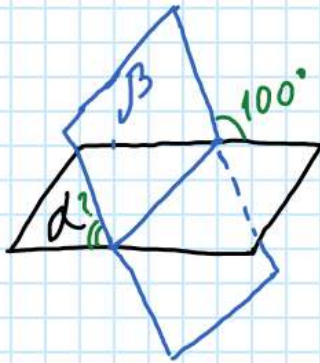
Двогранным кутом називають частину простору, обмежену двома півплощинами, які виходять з однієї прямої.

Кут, утворений перетином двогранного кута з площиною, перпендикулярною до його ребра, називають *лінійним кутом* даного двогранного кута. Будь-які два лінійні кути двогранного кута рівні (мал. 320). Тому двогранні кути можна характеризувати відповідними лінійними кутами. Якщо, наприклад, лінійний кут деякого двогранного кута дорівнює 60° , то кажуть, що це — двогранний кут 60° . Двогранний кут називають гострим, прямим, тупим, розгорнутим чи більшим від розгорнутого залежно від того, чи є його лінійний кут гострим, прямим, тупим, розгорнутим чи більшим від розгорнутого (мал. 321).



Мал. 321

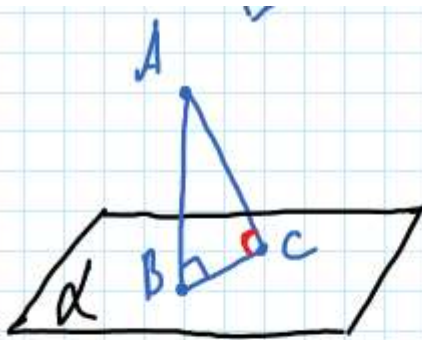
1186. Кут між двома площинами дорівнює 100° . Укажіть міру меншого з утворених двогранних кутів.



Зов'язування

Дані кути є суміжними, а отже в сумі маємо отримати 180° . Тоді $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.

1191. Похила вдвічі довша за її проекцію на площину. Знайдіть кут між похилою і площиною.



Дано: $AB \perp \alpha$, AC - похила,
 $AC = 2BC$.

Знайми: $\angle ACB$.

Розв'язання

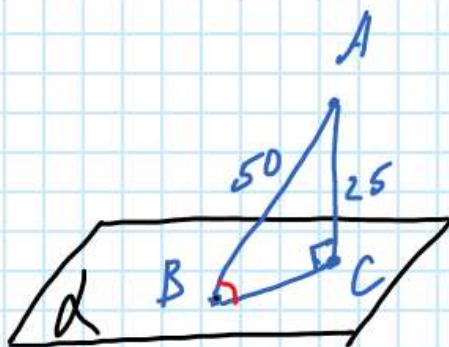
Розглянемо $\triangle ABC$. Якщо гіпотенуза AC вдвічі довша за катет BC , то кут катетів цього катета 30° . Отже, $\angle BAC = 30^\circ$.

$\angle BAC + \angle ACB = 90^\circ$ за властивістю гострих кутів прямокутного трикутника, а отже $\angle ACB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

Відповідь: $\angle ACB = 60^\circ$.

1195. Довжина похилої AB дорівнює 50 см, а точка A віддалена від площини на 25 см. Знайдіть кут між похилою і площиною.

1196. Доведіть, що коли пряма перетинає одну з двох паралельних площин під кутом α , то і другу площину вона перетинає під кутом α .



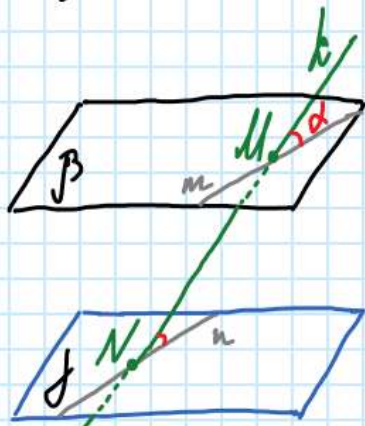
Дано: AB - похила,
 $AB = 50$ см, $AC \perp \alpha$,
 $AC = 25$ см.

Знайми: $\angle BAC$.

Розв'язання

Розглянемо $\triangle ABC$ ($\angle C = 90^\circ$). У цьому катеті $AC = \frac{AB}{2}$, тобто половині гіпотенузи, а отже $\angle ABC = 30^\circ$.

Відповідь: $\angle ABC = 30^\circ$.



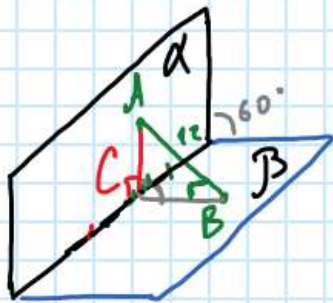
Дано: $\beta \parallel \gamma$, $m \subset \beta$, $n \subset \gamma$,
 $k \cap \beta = M$, $k \cap \gamma = N$,
 $\angle(k, m) = \alpha$.

Довести: $\angle(k, n) = \alpha$

Доведення

Оскільки $m \subset \beta$, а $n \subset \gamma$, то $m \parallel n$ за властивістю паралельності площин. Тоді $\angle(k, m)$ та $\angle(k, n)$ — внутрішні рівносторонні при $m \parallel n$ та січній k .
 А тому $\angle(k, m) = \angle(k, n) = \alpha$.

1201. Дано двогранний кут 60° . Точка А однієї його грані віддалена на 12 см від іншої. Знайдіть відстань від точки А до ребра даного двогранного кута.



Дано: $\angle(\alpha, \beta) = 60^\circ$,
 $A \in \alpha$, $B \in \beta$, $AB = 12$ см,
 $AC \perp \beta$.

Знайти: AC .

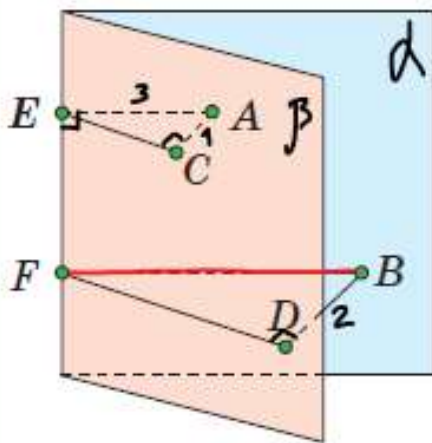
Розв'язання

$$\angle ACB = 60^\circ, AB \perp \beta. \text{ Тоді } AC = \frac{AB}{\sin \angle ACB} = \frac{12}{\sin 60^\circ} =$$

$$= \frac{12}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{24}{\sqrt{3}} = \frac{8 \cdot 3 \sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3} \text{ см}$$

Відповідь: $AC = 8\sqrt{3}$ см.

1212. На одній грані двогранного кута дано дві точки А і В (мал. 327). З них опущено перпендикуляри на другу грань: $AC = 1$ дм, $BD = 2$ дм та на ребра: $AE = 3$ дм і BF . Знайдіть BF .



Мал. 327

Дано: $A \in \alpha$, $B \in \beta$,
 $AC \perp \beta$, $AC = 1$ дм,
 $BD \perp \beta$, $BD = 2$ дм,
 $AE \perp EF$, $AE = 3$ дм.
 Знайти: BF

Розв'язання

Розглянемо $\triangle AEC$ і $\triangle BFD$.

Факт: $\angle C = \angle D = 90^\circ$,

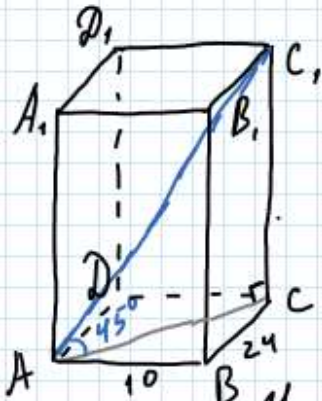
$\angle AEC = \angle BFD$ як лінійні кути двох протилежних кутів. А отже $\triangle AEC \sim \triangle BFD$ за двома кутами.

Тому $\frac{AC}{BD} = \frac{AE}{BF}$.

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{BF} \Rightarrow BF = \frac{3 \cdot 2}{1} = 6 \text{ дм}$$

Відповідь: $BF = 6$ дм.

1221. Діагональ прямокутного паралелепіпеда утворює з площиною його основи кут 45° . Сторони основи дорівнюють 10 см і 24 см. Визначте висоту паралелепіпеда.



Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - прямокутний паралелепіпед, $\angle C_1 A C = 45^\circ$,
 $AB = 10$ см, $BC = 24$ см.
 Знайти: CC_1

Розв'язання

Розглянемо $\triangle AC_1 C$ ($\angle C = 90^\circ$).

У ньому $\angle C_1 A C = 45^\circ$, а отже

$\angle A C_1 C = 90^\circ - \angle C_1 A C = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$. Тоді $\triangle AC_1 C$ - рівнобедрений, тому $AC = CC_1$.

Розглянемо $\triangle ACB$ ($\angle B = 90^\circ$). У ньому:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{10^2 + 24^2} = \sqrt{676} = 26 \text{ см}$$

$$CC_1 = AC = 26 \text{ см}$$

Відповідь: $CC_1 = 26$ см.

Домашнє завдання: розв'язати задачі (в зошиті):

- 1) Площини прямокутника $ABCD$ і квадрата $ABKL$ взаємно перпендикулярні (мал. 8.10). Знайдіть відстані від точки K до точок C і D , якщо $AB = 3$ см, $BC = 4$ см.
- 2) Площини рівних між собою рівносторонніх трикутників ABC і AB_1C взаємно перпендикулярні (мал. 8.11). Знайдіть висоту B_1K трикутника AB_1C , якщо $BB_1 = 5\sqrt{2}$ см.

Зворотній зв'язок:

E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com