

14.11.2023

Група 23

Математика (алгебра)

Урок 16-17

**Тема:** Розв'язування задач з теми: «Показникові нерівності». Самостійна робота «Показникові функції»

**Мета:**

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

**Матеріали до уроку:**

**Приклад 2.** Розв'яжіть нерівність  $3^{\sqrt{x}} - 3^{2-\sqrt{x}} \leq 8$ .

**Розв'язання**

▶ ОДЗ:  $x \geq 0$ .

$$3^{\sqrt{x}} - \frac{3^2}{3^{\sqrt{x}}} \leq 8.$$

Виконуємо заміну змінної  $3^{\sqrt{x}} = t$  ( $t > 0$ ), в результаті отримуємо нерівність  $t - \frac{9}{t} \leq 8$ , яка рівносильна нерівності

$$\frac{t^2 - 8t - 9}{t} \leq 0.$$

Оскільки  $t > 0$ , одержуємо  $t^2 - 8t - 9 \leq 0$ . Звідси  $-1 \leq t \leq 9$ . Ураховуючи, що  $t > 0$ , маємо  $0 < t \leq 9$ .

Виконуючи обернену заміну, одержуємо  $0 < 3^{\sqrt{x}} \leq 9$ . Тоді

$$3^{\sqrt{x}} \leq 3^2.$$

Функція  $y = 3^t$  зростаюча, отже,  $\sqrt{x} \leq 2$ . Ураховуючи ОДЗ, одержуємо

$$0 \leq x \leq 4.$$

**Відповідь:**  $[0; 4]$ . ■

**Коментар**

Оскільки рівносильні перетворення нерівностей виконуються на ОДЗ початкової нерівності, то врахуємо цю ОДЗ. Використовуючи формулу

$$a^{u-v} = \frac{a^u}{a^v},$$
 позбуваємося числового доданка в показнику степеня й одержуємо степені з однією основою 3, що дозволяє виконати заміну змінної

$3^{\sqrt{x}} = t$ , де  $t > 0$ . В одержаній нерівності знаменник є додатним, тому цю дробову нерівність можна звести до рівносильної їй квадратної. Після виконання оберненої заміни треба врахувати не тільки зростання функції  $y = 3^t$ , а й ОДЗ початкової нерівності.

**Приклад 3\*.** Розв'яжіть нерівність  $(3^x - 9)\sqrt{x^2 - 2x - 8} \leq 0$ .

Коментар

Здану нестрогу нерівність зручно розв'язувати методом інтервалів. Записуючи відповідь, треба враховувати, що у випадку, коли ми розв'язуємо нестрогу нерівність  $f(x) \leq 0$ , усі нулі функції  $f(x)$  мають увійти до відповіді.

Розв'язання

► Позначимо  $f(x) = (3^x - 9)\sqrt{x^2 - 2x - 8}$ .

1) ОДЗ:  $x^2 - 2x - 8 \geq 0$ . Тоді  $x \leq -2$  або  $x \geq 4$  (рис. 2.3.3).

2) Нулі функції:  $f(x) = 0$ ;

$$(3^x - 9)\sqrt{x^2 - 2x - 8} = 0,$$

тоді  $3^x - 9 = 0$  або  $\sqrt{x^2 - 2x - 8} = 0$ .

Із першого рівняння:  $x = 2$  — не входить до ОДЗ;  
із другого:  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = 4$ .

3) Позначаємо нулі функції  $f(x)$  на ОДЗ, знаходимо знак  $f(x)$  у кожному з проміжків, на які нулями розбивається ОДЗ (рис. 2.3.4), і записуємо множину розв'язків нерівності  $f(x) \leq 0$ :  $x \in (-\infty; -2] \cup \{4\}$ .

**Відповідь:**  $x \in (-\infty; -2] \cup \{4\}$ . ■

Рис. 2.3.3



Рис. 2.3.4



**Самостійна робота «Показникові функції»**

**Розподіл варіантів:** 1-6 в списку – 1 варіант, 7-12 в списку – 2 варіант, 12-18 в списку – 3 варіант, 18-24 в списку – 4 варіант, 24-30 в списку – 5 варіант.

**Варіант 1**

1. (2 бали) Побудуйте графік функції:  $y = 3^{x-3}$ .

2. (2 бали) Порівняйте значення виразів:

1)  $7^{1,7}$  і  $7^{1,17}$ ;      2)  $(\frac{3}{7})^{0,1}$  і  $(\frac{3}{7})^{0,01}$ ;      3) 1 і  $(\frac{3}{4})^{\frac{1}{7}}$ .

3. (4 бали) Розв'яжіть рівняння:

1)  $3^{2x} = 9$ ;      2)  $64^x = 128$ ;      3)  $4^{x-1} + 4^x = 320$ ;  
4)  $7^{2x} - 6 \cdot 7^x - 7 = 0$ .

4. (4 бали) Розв'яжіть нерівність:

1)  $2^x < \sqrt{2}$ ;      2)  $(\frac{1}{2})^{x-1} \geq 4^{-x}$ ;      3)  $4^{x+3} \geq (\frac{1}{4})^{3x-1}$ ;

4)  $9^x - 12 \cdot 3^x + 27 \leq 0$ .

**Варіант 2**

1. (2 бали) Побудуйте графік функції:  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$ .

2. (2 бали) Порівняйте значення виразів:

1)  $4^{1,1}$  і  $4^{1,11}$ ;      2)  $\left(\frac{6}{11}\right)^{0,3}$  і  $\left(\frac{6}{11}\right)^{0,09}$ ;      3) 1 і  $\left(\frac{3}{4}\right)^0$ .

3. (4 бали) Розв'яжіть рівняння:

1)  $1,5^x = 2,25$ ;      2)  $16^x = 256$ ;      3)  $3^{x+2} + 3^x = 0$ ;  
4)  $7^{2x} - 6 \cdot 7^x - 7 = 0$ .

4. (4 бали) Розв'яжіть нерівність:

1)  $6^x < \frac{1}{36}$ ;      2)  $4^{5-2x} \geq 0,25$ ;      3)  $0,5^{7-3x} \geq 4$ ;  
4)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} - 10 \cdot 3^{-x} + 3 \leq 0$ .

**Варіант 3**

1. (2 бали) Побудуйте графік функції:  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} + 1$ .

2. (2 бали) Порівняйте значення виразів:

1)  $9^{0,1}$  і  $9^{0,31}$ ;      2)  $(0,7)^{0,3}$  і  $(0,7)^{0,09}$ ;      3) 1 і  $(0,3)^7$ .

3. (4 бали) Розв'яжіть рівняння:

1)  $3^{x-1} = 3$ ;      2)  $17^{5x} = 1$ ;      3)  $\left(1\frac{1}{2}\right)^{x+4} = \left(\frac{2}{3}\right)^{1-3x}$ ;  
4)  $4^{x+1} + 7 \cdot 2^x - 2 = 0$ .

4. (4 бали) Розв'яжіть нерівність:

1)  $(\sqrt{3})^x < 9$ ;      2)  $18^{4x} \geq 1$ ;      3)  $49^x - 7^{x+1} \geq 8$ ;  
4)  $25^x + 5^{x+1} \leq 50$ .

**Варіант 4**

1. (2 бали) Побудуйте графік функції:  $y = -2^x + 3$ .

2. (2 бали) Порівняйте значення виразів:

1)  $8^{3,3}$  і  $8^{3,33}$ ;      2)  $(0,99)^{0,99}$  і  $(0,99)^{0,09}$ ;      3) 1 і  $(0,99)^{99}$ .

3. (4 бали) Розв'яжіть рівняння:

1)  $6^{x+7} = 6$ ;

2)  $17^{2(x-5)} = 1$ ;

3)  $\left(1\frac{1}{4}\right)^{x+7} = \left(\frac{4}{5}\right)^{1-2x}$ ;

4)  $2^{x+3} + 2^{x+1} = 40$ .

4. (4 бали) Розв'яжіть нерівність:

1)  $7^x < \sqrt{343}$ ;

2)  $15^{2x-10} \geq 1$ ;

3)  $3^x - 4 \cdot 3^{x-2} \geq 69$ ;

4)  $4^{9x} - 64^{x-2} \leq 0$ .

### Варіант 5

1. (2 бали) Побудуйте графік функції:  $y = 3^{x-5}$ .

2. (2 бали) Порівняйте значення виразів:

1)  $2^{22,5}$  і  $2^{2,25}$ ;

2)  $(0,2)^{0,71}$  і  $(0,2)^{0,7}$ ;

3) 1 і  $(0,2)^{0,1}$ .

3. (4 бали) Розв'яжіть рівняння:

1)  $20^{x-1} = 20$ ;

2)  $5^{2x-9} - 25 = 0$ ;

3)  $\left(\frac{1}{7}\right)^{4x+5} = 343$ ;

4)  $3^{2x+4} - 11 \cdot 9^x = 210$ .

4. (4 бали) Розв'яжіть нерівність:

1)  $9^{7x} < 1$ ;

2)  $8^{3x-1} \geq 32$ ;

3)  $3^x - 4 \cdot 3^{x-2} \geq 69$ ;

4)  $49^x - 7^{x+1} \leq 8$ .

Домашнє завдання: розв'язати задачі (в зошиті):

1) 1.° Порівняйте числа  $m$  і  $n$ , якщо:

1)  $10,4^m > 10,4^n$ ;

2)  $(\sin 1)^m < (\sin 1)^n$ .

2.° Розв'яжіть рівняння  $5^{x+1} - 3 \cdot 5^x = 250$ .

3.° Знайдіть множину розв'язків нерівності  $\left(\frac{3}{7}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{7}\right)^{2x-3}$ .

4.° Розв'яжіть рівняння:

1)  $(7^{x+3})^{x-4} = \left(\frac{1}{7}\right)^x \cdot 49^{x+6}$ ;

2)  $4^{x-1} - 3 \cdot 2^{x-2} = 10$ .

5.° Скільки цілих розв'язків має нерівність  $\frac{1}{27} < 3^{2-x} \leq 3$ ?

Зворотній зв'язок:

E-mail [t.anastasia.igorivna@gmail.com](mailto:t.anastasia.igorivna@gmail.com)