

14.09.2023

Група 26

Математика (алгебра)

Урок 3-4

Тема: Похідна. Правила диференціювання

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

### Матеріали до уроку:

Похідною функції  $f(x)$  у точці  $x_0$  називають границю відношення приросту функції в точці  $x_0$  до приросту аргументу, якщо приріст аргументу прямує до нуля, а границя існує.

Операцію визначення похідної функції називають диференціюванням.

Для знаходження похідних одночлена, суми, добутку та частки двох функцій використовують такі *правила диференціювання*.

1.  $(Cu)' = Cu'$ ;
2.  $(kx^n)' = knx^{n-1}$ ;
3.  $(u \pm v)' = u' \pm v'$ ;
4.  $(u \cdot v)' = u'v + uv'$ ;
5.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ .

Таблиця похідних

$c' = 0, c — \text{const}$	$(ax + b)' = a$	$(\sin x)' = \cos x$
$(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}, \alpha \in R$	$(x^3)' = 3x^2$	$(\cos x)' = -\sin x$
$x' = 1$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$(\text{tg } x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
$(x^2)' = 2x$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\text{ctg } x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Знайдіть похідну функції (573, 574).

573. а)  $y = x^{10}$ ; б)  $y = x^{17}$ ; в)  $y = 2x^5$ ; г)  $y = 0,1x^{10}$ .

$$\begin{aligned} \text{а) } y &= x^{10} \\ y' &= (x^{10})' = 10x^{10-1} = 10x^9; \\ \text{б) } y &= x^{17} \\ y' &= (x^{17})' = 17x^{17-1} = 17x^{16}; \\ \text{в) } y &= 2x^5 \\ y' &= (2x^5)' = 2 \cdot 5 \cdot x^{5-1} = 10x^4; \\ \text{г) } y &= 0,1x^{10} \\ y' &= (0,1 \cdot x^{10})' = 0,1 \cdot 10 \cdot x^{10-1} = x^9. \end{aligned}$$

Знайдіть значення похідної функції  $y = f(x)$  у точці  $x_0$  (575, 576).

575. а)  $f(x) = \sin x$ ,  $x_0 = 0$ ; б)  $f(x) = \cos x$ ,  $x_0 = 2\pi$ .

$$\begin{aligned} \text{а) } f(x) &= \sin x, x_0 = 0 \\ f'(x) &= (\sin x)' = \cos x \\ f'(x_0) &= f'(0) = \cos 0 = 1; \\ \text{б) } f(x) &= \cos x, x_0 = 2\pi. \\ f'(x) &= (\cos x)' = -\sin x \\ f'(x_0) &= f'(2\pi) = -\sin 2\pi = 0. \end{aligned}$$

579. а)  $f(x) = 2(x^3 - 7)$ ;

б)  $f(x) = \frac{x^2 + 8}{3}$ ;

в)  $f(x) = 0,2(5 - 3x^4)$ ;

г)  $f(x) = \frac{40 - 3x^5}{5}$ .

$$1) a) f(x) = 2(x^3 - 7) = 2x^3 - 14$$

$$f'(x) = (2x^3 - 14)' = 2 \cdot 3x^{3-1} - 0 = 6x^2;$$

$$b) f(x) = \frac{x^2 + 8}{3} = \frac{x^2}{3} + \frac{8}{3}$$

$$f'(x) = \left(\frac{x^2}{3} + \frac{8}{3}\right)' = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot x^{2-1} + 0 = \frac{2}{3}x;$$

$$b) f(x) = 0,2(5 - 3x^4) = 1 - 0,6x^4$$

$$f'(x) = (1 - 0,6x^4)' = 0 - 0,6 \cdot 4 \cdot x^{4-1} = -2,4x^3;$$

$$2) f(x) = \frac{40 - 3x^5}{5} = \frac{40}{5} - \frac{3x^5}{5} = 8 - \frac{3}{5}x^5$$

$$f'(x) = \left(8 - \frac{3}{5}x^5\right)' = 0 - \frac{3}{5} \cdot 5 \cdot x^{5-1} = 3x^4.$$

Обчисліть значення похідної функції в даних точках (581–583).

581.  $f(x) = x^2 - 5x$ ,  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = 0$ ;  $x_3 = -2$ .

$$f(x) = x^2 - 5x, \quad x_1 = 1; \quad x_2 = 0; \quad x_3 = -2.$$

$$f'(x) = (x^2 - 5x)' = 2x^{2-1} - 5 \cdot 1 \cdot x^{1-1} = 2x^1 - 5x^0 = 2x - 5 \cdot 1 = 2x - 5.$$

$$f'(1) = 2 \cdot 1 - 5 = 2 - 5 = -3;$$

$$f'(0) = 2 \cdot 0 - 5 = -5;$$

$$f'(-2) = 2 \cdot (-2) - 5 = -4 - 5 = -9.$$

585. a)  $y = x^2 + \cos x$ ;

b)  $y = x^5 + \operatorname{tg} x$ ;

г)  $y = \sqrt{x} - \sin x$ ;

$$a) y = x^2 + \cos x$$

$$y' = (x^2 + \cos x)' = 2 \cdot x^{2-1} + (-\sin x) = 2x - \sin x;$$

$$b) y = x^4 - \sin x$$

$$y' = (x^4 - \sin x)' = 4 \cdot x^{4-1} - \cos x = 4x^3 - \cos x;$$

$$b) y = x^5 + \operatorname{tg} x$$

$$y' = (x^5 + \operatorname{tg} x)' = 5 \cdot x^{5-1} + \frac{1}{\cos^2 x} = 5x^4 + \frac{1}{\cos^2 x};$$



$$z) y = \sqrt{x} + \operatorname{ctg} x$$

$$y' = (\sqrt{x} + \operatorname{ctg} x)' = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \left(-\frac{1}{\sin^2 x}\right) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$r) y = \sqrt{x} - \sin x$$

$$y' = (\sqrt{x} - \sin x)' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \cos x$$

$$g) y = \sqrt{x} + \cos x$$

$$y' = (\sqrt{x} + \cos x)' = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \left(-\frac{1}{\sin^2 x}\right) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sin^2 x}$$

586. а)  $y = x^{2,5}$ ;

б)  $y = -x^{0,5}$ ;

в)  $y = 2x^{1,7}$ ;

г)  $y = x^{-3}$ .

$$a) y = x^{2,5}$$

$$y' = (x^{2,5})' = 2,5 \cdot x^{2,5-1} = 2,5 x^{1,5} = 2,5 x^{\frac{3}{2}} = 2,5 \sqrt{x^3}$$

$$б) y = -x^{0,5}$$

$$y' = (-x^{0,5})' = -0,5 x^{0,5-1} = -0,5 x^{-0,5} = -0,5 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{0,5} = -0,5 \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$в) y = 2x^{1,7}$$

$$y' = (2x^{1,7})' = 2 \cdot 1,7 x^{1,7-1} = 2 \cdot 1,7 \cdot x^{0,7} = 3,4 x^{\frac{7}{10}} = 3,4 \sqrt[10]{x^7}$$

$$г) y = x^{-3}$$

$$y' = (x^{-3})' = -3 \cdot x^{-3-1} = -3 x^{-4} = -3 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^4 = -\frac{3}{x^4}$$

Домашнє завдання: розв'язати задачі (в зошиті):

1) Знайдіть похідну функції:

1)  $f(x) = \cos x$ ;

2)  $p(x) = x^5$ ;

3)  $\psi(x) = x^{-7}$ ;

4)  $t(x) = x^{11}$ .

2) Продиференціювати:

1)  $f(x) = 2x^{11} - 3\cos x + 7$ ;      2)  $g(x) = 5x^7 + \frac{1}{x} - x$ .

Зворотній зв'язок:

E-mail [t.anastasia.igorivna@gmail.com](mailto:t.anastasia.igorivna@gmail.com)