

Група 33

Математика (алгебра)

Урок 3-4

Тема уроку: Застосування властивостей показникової функції до розв'язування вправ.

Мета уроку: Формування умінь учнів застосовувати властивості показникової функції до розв'язування вправ. Познакомити учнів з використанням показникової функції під час вивчення явищ навколишнього середовища.

Матеріали до уроку: Приклади типових вправ

Початковий рівень

1. Знайдіть значення функції $y = 3^x$, якщо: а) $x = 2$; б) $x = -2$; в) $x = 0$.

Відповідь: а) 9; б) $\frac{1}{9}$; в) 1.

2. На якому з рисунків (рис. 144) подано графік функції: а) $y = 5^x$; б) $y = \left(\frac{1}{8}\right)^x$?

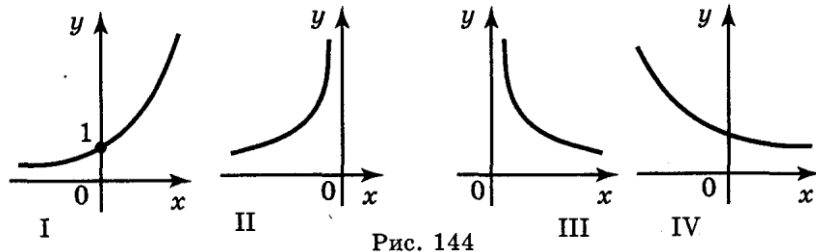


Рис. 144

Відповідь: а) I; б) IV.

3. Користуючись графіком функції $y = 2^x$, порівняйте значення виразів (рис. 145): а) 2^{10} і 2^{20} ; б) 2^{-10} і 2^{10} ; в) 2^{-10} і 2^{-20} .

Відповідь: а) $2^{10} < 2^{20}$; б) $2^{-10} < 2^{10}$; в) $2^{-10} > 2^{-20}$.

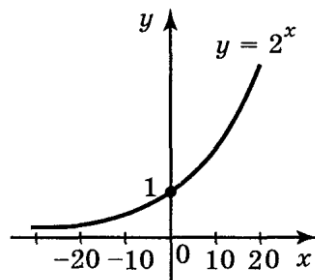


Рис. 145

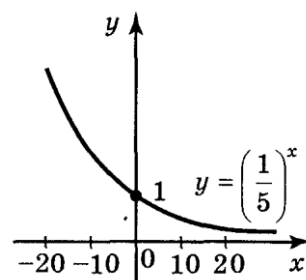


Рис. 146

4. Користуючись графіком функції $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$, порівняйте значення виразів

(рис. 146): а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{10}$ і $\left(\frac{1}{5}\right)^{20}$; б) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-10}$ і $\left(\frac{1}{5}\right)^{20}$; в) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-20}$ і $\left(\frac{1}{5}\right)^{-10}$.

Відповідь: а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{10} > \left(\frac{1}{5}\right)^{20}$; б) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-10} > \left(\frac{1}{5}\right)^{20}$; в) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-20} > \left(\frac{1}{5}\right)^{-10}$.

Середній рівень

1. Знайдіть область визначення функцій:

а) $y = 2^{x+6}$; б) $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x+3}$; в) $y = 3^x + 1$; г) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x - 1$.

Відповідь: а) R; б) R; в) R; г) R.

2. Побудуйте схематично графік функцій:

а) $y = 1,7^x$; б) $y = (\sqrt{3})^x$; в) $y = 0,3^x$; г) $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$.

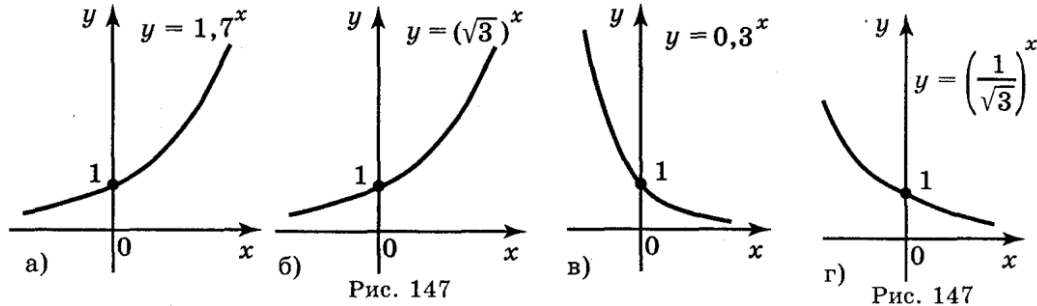


Рис. 147

Рис. 147

Відповідь: рис. 147: а); б); в); г).

3. Порівняйте числа: а) $1,8^3$ і 1; б) $0,8^5$ і 1; в) $\left(\frac{1}{5}\right)^3$ і 5^{-4} ; г) $2^{-\sqrt{2}}$ і $(0,5)^{\sqrt{3}}$.

Відповідь: а) $1,8^3 > 1$; б) $0,8^5 < 1$; в) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 > 5^{-4}$; г) $2^{-\sqrt{2}} > (0,5)^{\sqrt{3}}$.

4. Порівняйте числа x і y , якщо відомо, що вірна нерівність:

а) $(\sqrt{3})^x < (\sqrt{3})^y$; б) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x < \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^y$; в) $3^x < \left(\frac{1}{3}\right)^{-y}$; г) $\left(\frac{5}{6}\right)^{-x} < \left(\frac{6}{5}\right)^y$.

Відповідь: а) $x < y$; б) $x > y$; в) $x < y$; г) $x < y$.

5. Порівняйте основу $a > 0$ з одиницею, якщо відомо, що вірна нерівність:

а) $a^{-2} > a^2$; б) $a^\pi > a^3$; в) $a^{\frac{1}{\pi}} > a^{\frac{1}{3}}$; г) $a^{\sqrt{2}+1} > a^{\sqrt{2}-1}$.

Відповідь: а) $0 < a < 1$; б) $a > 1$; в) $0 < a < 1$; г) $a > 1$.

Достатній рівень

1. Знайдіть область визначення функцій: а) $y = \frac{1}{2^x}$; б) $y = 2\sqrt{x}$; в) $10^{\frac{1}{x^2-1}}$.

Відповідь: а) R; б) $[0; +\infty)$; в) $(-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$.

2. Побудуйте графіки функцій: а) $y = 3^x + 1$; б) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 2$; в) $y = \pi^{x-2}$; г) $y = 3^{x+1}$.

Відповідь: (рис. 148) а); б); в); г).

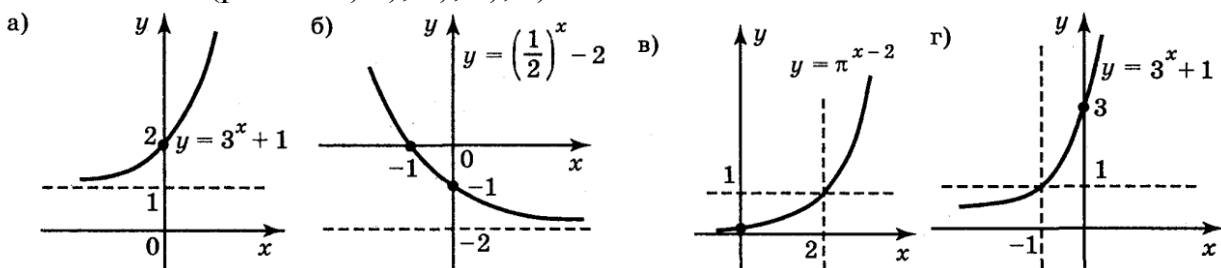


Рис. 148

3. Знайдіть множину значень функцій:

а) $y = -3^x$; б) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3$; в) $y = -\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$; г) $y = 5^x - 3$.

Відповідь: а) $(-\infty; 0)$; б) $(3; +\infty)$; в) $(-\infty; 0)$; г) $(-3; +\infty)$.

4. Який висновок можна зробити відносно показника x , якщо:

а) $5^x = 10$; б) $5^x = 3$; в) $0,01^x = 2$; г) $100^x = 2$.

Відповідь: а) $x > 1$; б) $0 < x < 1$; в) $0 < x < 1$; г) $0 < x < 1$.

Високий рівень

1. Знайдіть область визначення функцій:

а) $y = 2^{\frac{1}{\cos x}}$; б) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{\cos x - 1}}$; в) $y = 5^{\sqrt{\cos x}}$; г) $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^{\sqrt{tg x}}$.

Відповідь: а) $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$; б) $x \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;

в) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$; г) $\pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

2. Побудуйте графіки функцій:

а) $y = 2^{|x|}$; б) $y = |3^x - 3|$; в) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|} - 2$; г) $y = \left|\left(\frac{1}{3}\right)^{|x|} - 3\right|$.

Відповідь: (рис. 149) а); б); в); г).

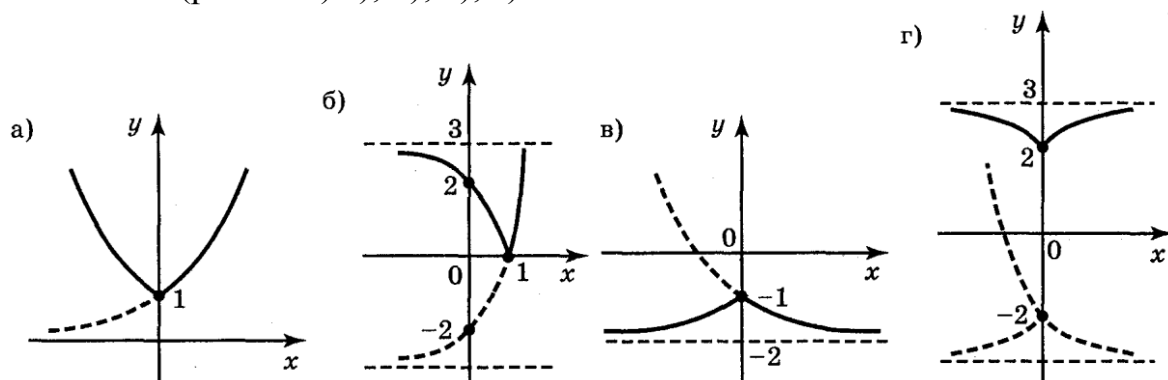


Рис. 149

Додатково

Показникова функція часто використовується для описання різних процесів у природі і техніці.

Так, радіоактивний розпад виражається формулою $m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$

де $m(t)$ — маса радіоактивної речовини в момент часу t ;

m_0 — маса радіоактивної речовини в момент часу $t = 0$;

T — період напіврозпаду (проміжок часу, за який початкова кількість речовини зменшується удвічі).

За допомогою показникової функції виражається тиск повітря в залежності від висоти підйому, приріст деревини, кількість бактерій, які розмножуються в деякому середовищі тощо.

Більш детально про практичне використання показникової функції ви прочитаєте в підручнику. А зараз розв'яжемо задачу.

При радіоактивному розпаді кількість речовини зменшується вдвічі за добу. Скільки речовини залишиться від 250 г через:

а) 1,5 доби; б) 3,5 доби?

Розв'язання

За умовою задачі $m_0 = 250$ г, $T = 1$ доба. За законом радіоактивного розпаду маємо:

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}, \quad m(t) = 250 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t.$$

Знайдемо $m(1,5)$ і $m(3,5)$:

а) $m(1,5) = 250 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{1,5} = 250 \cdot (0,5)^{1,5} \approx 88,4$ (г);

б) $m(3,5) = 250 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3,5} = 250 \cdot (0,5)^{3,5} \approx 22,1$ (г).

Домашнє завдання.

З підручника [Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: 11 кл. Г. П. Бевз, В. Г. Бевз](#). Виконати №24,33

Зворотній зв'язок:

Email: vitasergiivna1992@gmail.com