

12.10.2023

Група 21

Математика (геометрія)

Урок 1-2

Тема: Кут між прямими в просторі

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Означення. Кутом між двома прямими, що перетинаються, називають величину того з кутів, утворених при їхньому перетині, який не більший за 90° (рис. 33.1).

Вважають, що кут між двома паралельними прямими дорівнює 0° . Отже, якщо φ — кут між двома прямими, які лежать в одній площині, то $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$.

Введемо поняття кута між мимобіжними прямими.

Означення. Кутом між двома мимобіжними прямими називають кут між прямими, які перетинаються та відповідно паралельні даним мимобіжним прямим.

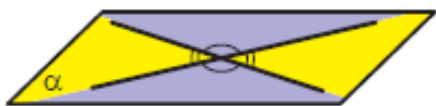


Рис. 33.1

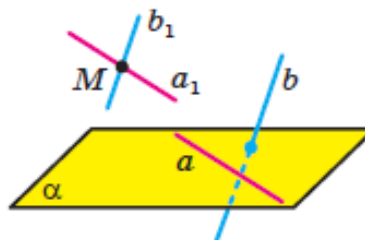


Рис. 33.2

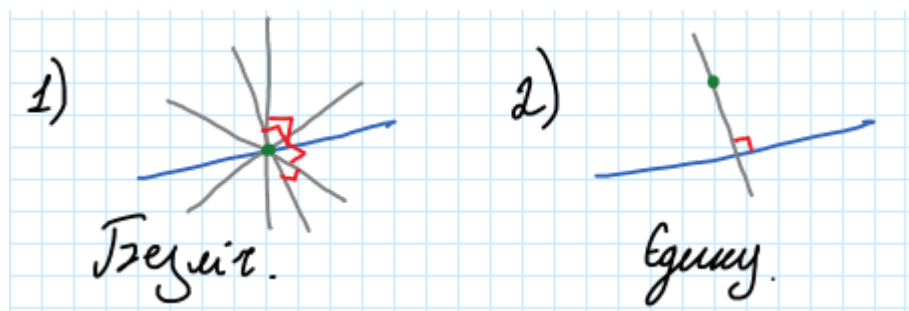
Означення. Дві прямі в просторі називають перпендикулярними, якщо кут між ними дорівнює 90° .

Зауважимо, що перпендикулярні прямі можуть як перетинатися, так і бути мимобіжними.

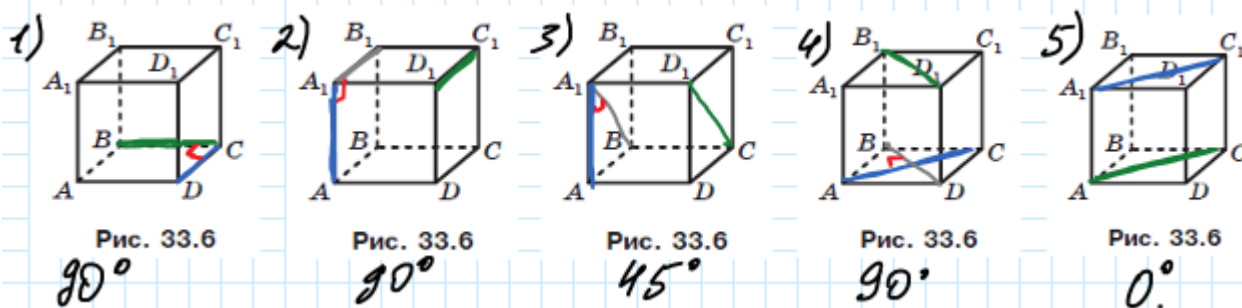
Якщо прямі a і b перпендикулярні, то записують: $a \perp b$.

Два відрізки в просторі називають перпендикулярними, якщо вони лежать на перпендикулярних прямих.

- 33.1.° Скільки в просторі можна провести прямих, перпендикулярних до даної прямої, через точку: 1) яка належить даній прямій; 2) яка не належить даній прямій?



- 33.2.° Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (рис. 33.6). Знайдіть кут між прямими: 1) CD і BC ; 2) AA_1 і $C_1 D_1$; 3) AA_1 і $D_1 C$; 4) AC і $B_1 D_1$; 5) $A_1 C_1$ і AC .



- 33.4.° Точка M , яка не належить площині прямокутника $ABCD$, є такою, що трикутник CMD рівносторонній (рис. 33.7). Знайдіть кут між прямими AB і MC .

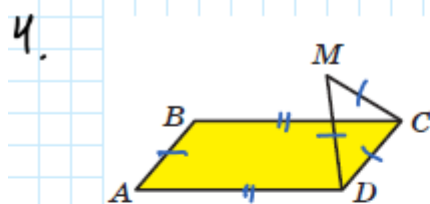


Рис. 33.7

Дано: $ABCD$ - прямокутник;
 $M \notin (ABC)$, $AB = CD = MD = MC$,
 $BC = AD$.

Знайти: $\angle(AB, MC)$ - ?

Розв'язання

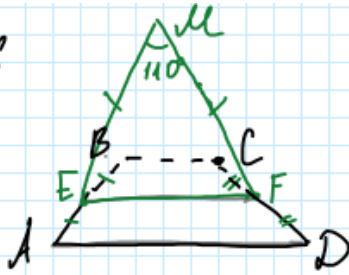
$AB \parallel CD$ за означенням прямокутника, тому $\angle(AB, MC) = \angle(CD, MC)$.

Оскільки $\triangle CMD$ - рівносторонній, то $\angle CMD = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$.

Відповідь: $\angle(AB, MC) = 60^\circ$.

33.6.* Трапеція $ABCD$ з основами AD і BC та трикутник MEF не лежать в одній площині, точка E — середина відрізка AB , точка F — середина відрізка CD , $ME = FE$, $\angle MEF = 110^\circ$. Знайдіть кут між прямими: 1) AD і EF ; 2) AD і ME ; 3) BC і MF .

№33.6



Дано: $ABCD$ — трапеція, MEF — трикутник $MEF \notin (ABC)$, E — середина AB , F — середина CD , $ME = FE$, $\angle MEF = 110^\circ$.

Знайми: $\angle(AD, EF)$, $\angle(AD, ME)$, $\angle(BC, MF)$.

Розв'язуємо

- EF — середня лінія $ABCD$, тому $EF \parallel BC$; $EF \parallel AD$. Тоді $\angle(AD, EF) = 0^\circ$.
- $AD \subset (ABC)$, $ME \cap (ABC) = E$, $E \notin AD$. Тоді AD та ME — мимобіжні за однакою мимобіжності прямою. $AD \parallel EF$, тому $\angle(AD, ME) = \angle(EF, ME) = \frac{180^\circ - 110^\circ}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$ — за сумою кутів трикутника.
- $BC \subset (ABC)$, $MF \cap (ABC) = F$, $F \notin BC$. Тоді BC та MF — мимобіжні за однакою мимобіжності прямою. $BC \parallel EF$, тому $\angle(BC, MF) = \angle(BC, EF) = \frac{180^\circ - 110^\circ}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$ — за сумою кутів трикутника.

Відповідь: $\angle(AD, EF) = 0^\circ$; $\angle(AD, ME) = 35^\circ$; $\angle(BC, MF) = 35^\circ$.

33.8.* Відомо, що $AB \perp AC$, $AB \perp AD$, $AC \perp AD$ (рис. 33.9). Знайдіть

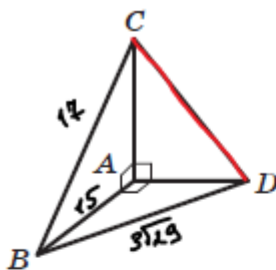


Рис. 33.9

Дано: $AB \perp AC$, $AB \perp AD$, $AC \perp AD$,
 $BC = 17$ см, $AB = 15$ см, $BD = 3\sqrt{29}$ см.

Знайми: CD .

Розв'язуємо

Розглянемо $\triangle ABC$ ($\angle A = 90^\circ$). У ньому:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$AC^2 = 289 - 225 = 64, \quad AC = \sqrt{64} = 8 \text{ (см)}.$$

Розглянемо $\triangle BAD$ ($\angle A = 90^\circ$). У ньому:

$$AD^2 = BD^2 - AB^2$$

$$AD^2 = (3\sqrt{29})^2 - 15^2 = 9 \cdot 29 - 225 = 261 - 225 = 36,$$

$$AD = \sqrt{36} = 6 \text{ (см)}.$$

Розглянемо $\triangle CAD$ ($\angle A = 90^\circ$). У ньому:

$$CD^2 = CA^2 + AD^2$$

$$CD^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100, \quad CD = \sqrt{100} = 10 \text{ (см)}.$$

Відповідь: $CD = 10$ см.

33.12. ** Діагоналі грані $ABCD$ куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ перетинаються в точці O . Знайдіть кут між прямими OB_1 і $A_1 C_1$.

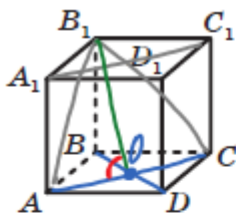


Рис. 33.6

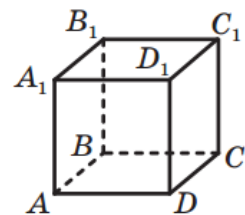
Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - куб, $AC \cap BD = O$.
 Знайти: $\angle (OB_1, A_1 C_1)$.
 Розв'язання
 $A_1 C_1 \subset (A_1 B_1 C_1)$, $B_1 O \cap (A_1 B_1 C_1) = B_1$, $B_1 \notin A_1 C_1$,
 $A_1 C_1$ і OB_1 - мимобіжні за означенням мимобіжності прямих.
 $A_1 C_1 \parallel AC$, $B_1 O \cap AC = O$, розглянемо $\triangle AB_1 C_1$. Чому:
 $AB_1 = B_1 C_1$ за властивістю куба, тому $\triangle AB_1 C_1$ - рівнобедрений.
 Тоді $B_1 O$ - бісектриса, висота і медіана за властивістю
 рівнобедреного трикутника. Якщо $B_1 O$ - висота, то
 $B_1 O \perp AC$. Оскільки $\angle (A_1 C_1, B_1 O) = \angle (AC, B_1 O) = 90^\circ$.
 Відповідь: $\angle (A_1 C_1, B_1 O) = 90^\circ$.

Домашнє завдання: розв'язати задачі (в зошиті):

1)

3.° Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (рис. 33.6). Знайдіть кут між прямими: 1) AB і BB_1 ; 2) AB і $B_1 D_1$; 3) $A_1 D$ і $B_1 C$; 4) $B_1 D_1$ і $C_1 C$.

2)



5.° Точка M не належить площині квадрата $ABCD$, $\angle MBA = 40^\circ$, $\angle MBC = 90^\circ$. Знайдіть кут між прямими: 1) MB і AD ; 2) MB і CD .

Зворотній зв'язок:

E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com