

09.10.2023

Група 32

Математика (геометрія)

Урок 7-8

Тема: Об'єм конуса

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати знання з фізики під час розв'язування прикладних задач; формувати уяву про процеси у природі;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення фізики та астрономії; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення фізики та астрономії, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:



Рис. 23.2

На рисунку 23.2 зображено 6-кутну, 12-кутну та 24-кутну правильні піраміди, площа основи кожної з яких дорівнює S , а висота — h . Тоді об'єм кожної із цих пірамід дорівнює $\frac{1}{3}Sh$.

Звернемо увагу, що чим більшу кількість сторін має основа піраміди, тим більше ця піраміда схожа на конус. Ці міркування підказують, що має місце така теорема.

Теорема 23.2. Об'єм конуса V з площею основи S і висотою h можна обчислити за формулою

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

Якщо радіус основи конуса дорівнює r , то дану формулу можна записати у вигляді

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

На відміну від циліндра та конуса, кулю неможливо «наблизити» правильними многогранниками, тому об'єм кулі визначають в інший спосіб. Формули для обчислення об'єму кулі та площі сфери вперше отримав геніальний давньогрецький математик Архімед.

Задача 3. Знайти об'єм конуса, якщо його осьовим перерізом є правильний трикутник зі стороною 6 см.

Розв'язання. 1) Нехай $\triangle PAB$ – осьовий переріз конуса, $PA = PB = AB = 6$ см (мал. 10.5).

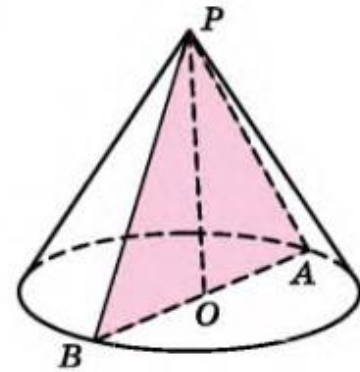
2) Тоді радіус основи $r = \frac{AB}{2} = 3$ (см).

3) У $\triangle POA$ ($\angle O = 90^\circ$):

$$h = PO = \sqrt{AP^2 - OA^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3} \text{ (см)}.$$

4) Об'єм конуса $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\pi$ (см³).

Відповідь. $9\sqrt{3}\pi$ см³.



Мал. 10.5

Задача 4. Через вершину конуса проведено площину, яка перетинає основу по хорді завдовжки 8 см, яку видно з центра основи під прямим кутом. Знайти об'єм конуса, якщо площа перерізу дорівнює 20 см².

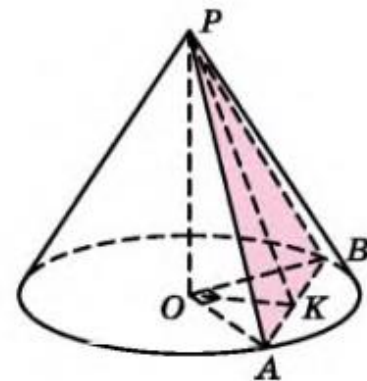
Розв'язання. 1) На малюнку 10.6 зображено конус, у якому проведено переріз PAB , $AB = 8$ см, $\angle AOB = 90^\circ$, площа перерізу $S_{\Pi} = 20$ см².

2) Позначимо $OA = OB = r$, тоді у $\triangle OAB$ ($\angle O = 90^\circ$): $r^2 + r^2 = 8^2$, $r = 4\sqrt{2}$ (см).

3) Нехай PK – висота $\triangle PAB$, тоді $S_{\Pi} = \frac{1}{2}AB \cdot PK$;

$$PK = \frac{2S_{\Pi}}{AB} = \frac{2 \cdot 20}{8} = 5 \text{ (см)}.$$

4) Оскільки $PK \perp AB$, то за теоремою про три перпендикуляри $OK \perp AB$. Оскільки $\triangle OAB$ – рівнобедрений ($OA = OB$),



Мал. 10.6

- то OK не тільки висота $\triangle OAB$, а й медіана. Тому $OK = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4$ (см) (за властивістю медіани, проведеної до гіпотенузи).
- 5) У $\triangle OPK$ ($\angle O = 90^\circ$): $h = OP = \sqrt{PK^2 - OK^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (см).
- 6) Отже, об'єм конуса $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot (4\sqrt{2})^2 \cdot 3 = 32\pi$ (см³).
- Відповідь. 32π см³.

Домашнє завдання: розв'язати задачі (у зошиті):

1)

6. Довжина кола основи конуса дорівнює 14π см, а його твірна – 25 см. Знайдіть об'єм конуса.

2)

2. Радіус основи конуса дорівнює 3 см і утворює з твірною кут 60° . Знайдіть об'єм конуса.

Зворотній зв'язок:

E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com