

**09.10.2023**

**Група 24**

**Математика (геометрія)**

**Урок 9-10**

**Тема: Правильні многогранники**

**Мета:**

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

**Матеріали до уроку:**



**Опуклий многогранник називають правильним, якщо всі його грані – рівні правильні многокутники, а в кожній вершині многогранника сходиться одна й та сама кількість ребер.**

Прикладом правильного многогранника є куб. Усі його грані – рівні квадрати, і в кожній з восьми вершин сходиться по три ребра.

Як вам відомо з попередніх класів, існує нескінченно багато видів правильних многокутників. Це впливає з того, що кількість сторін правильного многокутника може бути будь-яким натуральним числом, не меншим ніж 3. Проте видів правильних многогранників усього п'ять: *правильний тетраедр, куб, октаедр, додекаедр, ікосаедр* (мал. 4.1).



Правильний  
тетраедр

Куб

Октаедр

Додекаедр

Ікосаедр

Мал. 4.1

Число вершин, ребер, граней кожного з правильних многогранників подано в таблиці, яка систематизує *властивості правильних многогранників*.

№	Назва правильного многогранника	Число сторін у кожній грані	Число ребер у кожній вершині	Число граней	Число вершин	Число ребер	Сума плоских кутів при вершині
1	Правильний тетраедр	3	3	4	4	6	180°
2	Куб	4	3	6	8	12	270°
3	Октаедр	3	4	8	6	12	240°
4	Додекаедр	5	3	12	20	30	324°
5	Ікосаедр	3	5	20	12	30	300°

Також до властивостей правильних многогранників можна віднести таку:

*усі двогранні кути кожного з правильних многогранників, які утворені двома гранями зі спільним ребром, рівні.*

У природі, техніці, практичній діяльності людини трапляються об'єкти, що мають форму правильних многогранників. Форму куба мають кристали кухонної солі, деякі алмази, дитячі іграшки. Інші алмази кристалізуються у формі октаедрів, а кристали залізного колчедану мають форму додекаедра.

**2. Розв'язування задач із правильними многогранниками**

**Задача 1.** Знайти висоти правильного тетраедра, ребро якого дорівнює  $a$ .

Розв'язання. 1) Оскільки правильний тетраедр є видом пра-

вильної трикутної піраміди, то основою висоти є центр основи. На малюнку 4.2 зображено правильний тетраедр  $PABC$  з ребром  $a$ .

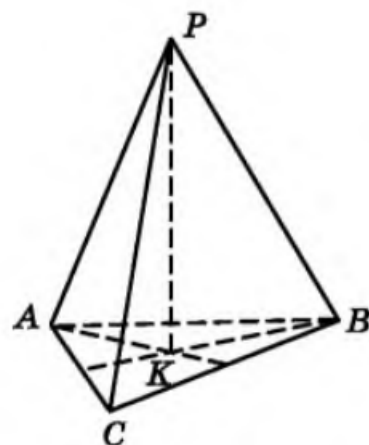
2)  $KB$  – радіус кола, описаного навколо правильного трикутника зі стороною  $a$ ,

$$KB = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\begin{aligned} 3) \text{ У } \triangle PKB (\angle K = 90^\circ): PK &= \sqrt{PB^2 - KB^2} = \\ &= \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = a\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}. \end{aligned}$$

4) Аналогічно можна обчислити інші висоти правильного тетраедра, які також будуть дорівнювати  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

Відповідь.  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .



Мал. 4.2

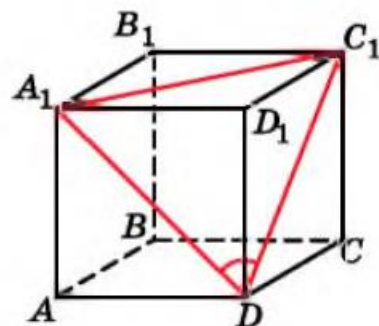
**Задача 2.** Знайти кут між діагоналями двох граней куба, що мають спільну точку.

Розв'язання. 1) Нехай  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – куб (мал. 4.3). Знайдемо кут, наприклад, між діагоналями  $DA_1$  і  $DC_1$ .

2) Сполучимо точки  $A_1$  і  $C_1$ . Усі сторони трикутника  $A_1 C_1 D$  є діагоналями рівних квадратів, тому  $A_1 D = A_1 C_1 = C_1 D$ .

3) Отже,  $\triangle A_1 C_1 D$  – рівносторонній, тому  $\angle A_1 D C_1 = 60^\circ$ .

Відповідь.  $60^\circ$ .



Мал. 4.3

**Задача 3.** Знайти площу повної поверхні ікосаедра, ребро якого дорівнює  $a$ .

Розв'язання. 1) Усі грані ікосаедра – рівні рівносторонні трикутники. Оскільки сторона цього трикутника дорівнює  $a$ , то його площа дорівнює  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

2) Усіх граней в ікосаедра 20. Тому площа повної поверхні

$$S_{\text{повн}} = 20 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 5\sqrt{3}a^2.$$

Відповідь.  $5\sqrt{3}a^2$ .

Домашнє завдання: розв'язувати задачі (в зошиті):

- 1) Знайдіть площу повної поверхні правильного тетраедра, ребро якого дорівнює 4 см.
- 2) Площа повної поверхні ікосаедра дорівнює  $80\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>. Знайдіть довжину ребра ікосаедра.

**Зворотній зв'язок:**

**E-mail** t.anastasia.igorivna@gmail.com