

08.11.2023

Група 22

Математика (алгебра)

Урок 1-2

Тема: Приріст аргументу і функції в точці

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Якщо функція є математичною моделлю реального процесу, то часто виникає потреба знаходити різницю значень цієї функції у двох точках. Наприклад, позначимо через $f(t)$ і $f(t_0)$ суми коштів, які накопичилися на депозитному рахунку вкладника до моментів часу t і t_0 . Тоді різниця $f(t) - f(t_0)$, де $t > t_0$, показує прибуток, який отримає вкладник за час $t - t_0$.

Розглянемо функцію $y = f(x)$. Нехай x_0 — фіксована точка з області визначення функції f .

Якщо x — довільна точка області визначення функції f така, що $x \neq x_0$, то різницю $x - x_0$ називають **приростом аргументу функції f** у точці x_0 і позначають Δx (читають: «дельта ікс»). Маємо:

$$\Delta x = x - x_0.$$

Звідси

$$x = \Delta x + x_0.$$

Говорять, що аргумент отримав приріст Δx у точці x_0 . Зазначимо, що приріст аргументу може бути як додатним, так і від'ємним: якщо $x > x_0$, то $\Delta x > 0$; якщо $x < x_0$, то $\Delta x < 0$.

Якщо аргумент у точці x_0 отримав приріст Δx , то значення функції f змінилося на величину $f(\Delta x + x_0) - f(x_0)$.

Цю різницю називають **приростом функції f** у точці x_0 і позначають Δf (читають: «дельта еф»).

Маємо:

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) \text{ або } \Delta f = f(\Delta x + x_0) - f(x_0).$$



Число A називають границею функції $y = f(x)$ в точці x_0 , якщо для будь-якого $\varepsilon > 0$ знайдеться таке число $\delta > 0$, що для всіх $x \neq x_0$ таких, що $|x - x_0| < \delta$, справджується нерівність: $|f(x) - A| < \varepsilon$.

514. Для функції $y = 5x$ знайдіть Δx і Δy :

а) $x_0 = 2, x = 3$;

б) $x_0 = 0, x = 5$;

в) $x_0 = -0,2, x = 0,2$.

Розв'язання

$y = 5x$

а) $x_0 = 2, x = 3$.

$\Delta x = 3 - 2 = 1$

$\Delta y = f(3) - f(2) =$
 $= 5 \cdot 3 - 5 \cdot 2 = 15 - 10 = 5$

б) $x_0 = 0, x = 5$.

$\Delta x = 5 - 0 = 5$

$\Delta y = f(5) - f(0) =$
 $= 5 \cdot 5 - 5 \cdot 0 = 25$

в) $x_0 = -0,2; x = 0,2$.

$\Delta x = 0,2 - (-0,2) = 0,4$

$\Delta y = f(0,2) - f(-0,2) =$
 $= 5 \cdot 0,2 - 5 \cdot (-0,2) =$
 $= 1 + 1 = 2$

522. Для функції $y = 0,5x - 3$ знайдіть Δx і Δy , якщо:

а) $x_0 = 1, \Delta x = 0,2$;

б) $x_0 = 3, \Delta x = 0,4$;

в) $x_0 = 2,1, \Delta x = 0,9$.

Розв'язання

$y = 0,5x - 3$

а) $x_0 = 1, \Delta x = 0,2$.

$x = 1 + 0,2 = 1,2$

$\Delta y = f(1,2) - f(x_0) =$
 $= 0,5 \cdot 1,2 - 3 - (0,5 \cdot 1 - 3) =$
 $= 0,6 - 3 - 0,5 + 3 = 0,1$

б) $x_0 = 3, \Delta x = 0,4$

$x = 3 + 0,4 = 3,4$

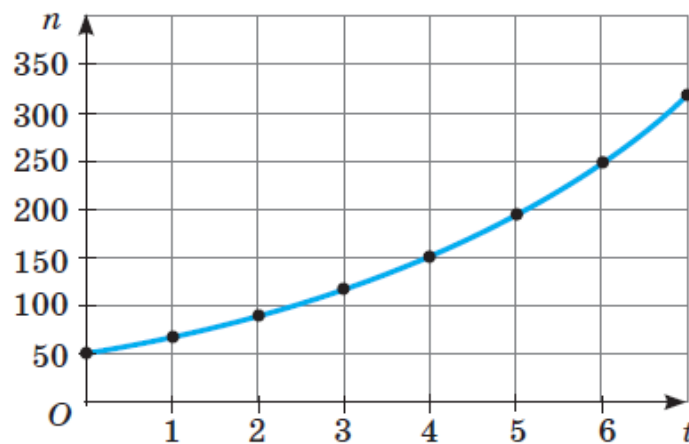
$\Delta y = f(3,4) - f(3) =$
 $= 0,5 \cdot 3,4 - 3 - (0,5 \cdot 3 - 3) =$
 $= 1,7 - 3 - 1,5 + 3 = 0,2$

в) $x_0 = 2,1, \Delta x = 0,9$.

$x = 2,1 + 0,9 = 3$

$\Delta y = f(3) - f(2,1) =$
 $= 0,5 \cdot 3 - 3 -$
 $- (0,5 \cdot 2,1 - 3) =$
 $= 1,5 - 3 - 1,05 + 3 =$
 $= 0,45$

524. Кількість мишей у колонії записували щотижня і побудували відповідний графік (мал. 111). За даними графіка складіть таблицю і встановіть: а) кількість мишей на 4-й тиждень; б) коли кількість мишей перевищила 200 особин; в) приріст мишей з 4-го по 5-й тиждень.



Розв'язання

а) 150 мишей; б) на 6-му тижні;
в) $\Delta n = 200 - 150 = 50$ мишей.

534*. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-1}{x+5}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x}{x^2-5}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-2}{7}$.

Розв'язання

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-1}{x+5} = \frac{2 \cdot 0 - 1}{0 + 5} = \frac{-1}{5}$ б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x}{x^2-5} = \frac{5 \cdot 1}{1^2-5} = \frac{5}{-4} = -1\frac{1}{4} = -1,25$
в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-2}{7} = \frac{3^2-2}{7} = \frac{7}{7} = 1$

535*. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+3x-10}{3x^2-5x-2}$;

б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+3x^2+2x}{x^2-x-6}$;

в) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+4x^2+4x}{(x+2)(x-3)}$.

Розв'язання

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+3x-10}{3x^2-5x-2} = \frac{2^2+3 \cdot 2-10}{3 \cdot 2^2-5 \cdot 2-2} = \frac{4+6-10}{12-10-2} = \frac{0}{0}$ б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+3x^2+2x}{x^2-x-6} = \frac{(-2)^3+3(-2)^2+2(-2)}{(-2)^2-(-2)-6} = \frac{-8+12-4}{4+2-6} = \frac{0}{0}$
в) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+4x^2+4x}{(x+2)(x-3)} = \frac{(-2)^3+4(-2)^2+4(-2)}{(-2+2)(-2-3)} = \frac{-8+16-8}{0 \cdot (-5)} = \frac{0}{0}$

Домашнє завдання: розв'язати задачі (у зошиті):

1) Обчисліть границі:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 + x^3}{1 + x}$; 2) $\lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 - 4x + 7)$;

3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{20 - 10x}{2 - x}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

2) **Знайдіть приріст функції $g(x)$ у точці x_0 для даного приросту аргументу:**

1) $g(x) = 2x + 3$, $x_0 = 1$, $\Delta x = -0,1$;

2) $g(x) = x^2 - 5$, $x_0 = -1$, $\Delta x = 0,2$.

Зворотній зв'язок:

E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com