

Група 31  
Математика(алгебра)  
Урок 1-2

**Тема заняття:** Показникова функція, її властивості та графік.

**Мета заняття:**

**Навчальна:** розглянути фізичні моделі, пов'язані з процесами органічної зміни величин, що дозволяють дати означення показникової функції, перелічити її властивості та побудувати її графік

**Розвиваюча:** розвивати продуктивне мислення студентів

**Виховна:** виховувати толерантність, вміння співпрацювати, культуру математичних записів, інтерес до вивчення математики.

### Матеріали для уроку:

В природі і техніці часто зустрічаються процеси, які мають спільну назву процесів органічної зміни величин. Ця назва пов'язана із тим, що такі процеси часто зустрічаються в біології. Значна властивість цих процесів полягає в тому, що за однакові проміжки часу значення величини змінюється в одному і тому ж самому відношенні.

Ці процесів математично виражаються за допомогою показникової функції:

- задача про радіоактивний розпад;
- задача про зміну атмосферного тиску;

Наведемо приклади, в яких величини змінюються по вказаному вище закону.

**Приклад 1.** Ще в XVII ст. було встановлено, що чисельність популяцій зростає за законом геометричної прогресії, а вже в кінці XVIII ст. Томас Мальтус (1766-1834) висунув свою відому теорію про зростання народонаселення в геометричній прогресії. Ця закономірність зростання виражається кривою, зображеною на рис.

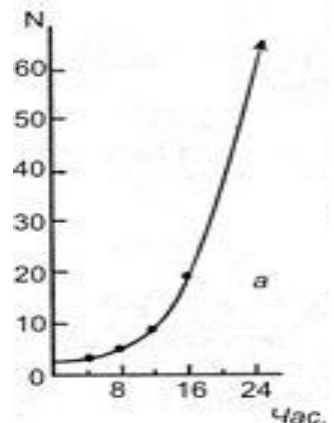
Сучасною математичною мовою ця крива відображає експоненційний ріст чисельності організмів і описується рівнянням:

$$N_t = N_0 e^{rt},$$

де:  $N_t$  - чисельність популяції в момент часу  $t$ ;

$N_0$  - чисельність популяції в початковий момент часу  $t_0$ ;  $e$  - основа натурального логарифма (+2,7182);  $r$  - показник, що характеризує темп розмноження особин в даній популяції.

Якщо колонія бактерій має достатній простір і достатню кількість поживних речовин, то її маса за рівні проміжки часу збільшується в одному і тому ж відношенні. В таких випадках говорять про процеси органічного росту.



**Показниковою** функцією називається функція виду  $y=a^x$ , де  $a>0$  і  $a\neq 1$ .

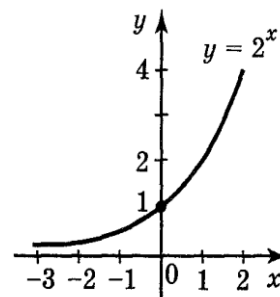
**Наприклад:**  $y=2^x$ ,  $y=(\frac{1}{2})^x$ ,  $y=(\frac{\sqrt{3}}{2})^x$ ,  $y=\pi^x$  – показникові функції.

**Функція виду  $y = 2^x$ .**

Графіком показникової функції є крива, яка називається *експонентою*.

Складемо таблицю значень функції:

$x$	-2	-1	0	1	2
$y=2^x$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4



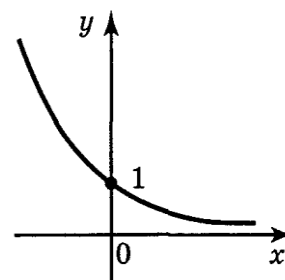
Побудуємо на координатній площині точки з таблиці і з'єднаємо ці точки плавною лінією. Одержимо графік функції  $y = 2^x$

**Функція виду  $y = (\frac{1}{2})^x$ .**

Побудуємо графік функції  $y = (\frac{1}{2})^x$ , для цього складемо

таблицю значень функції:

$x$	-2	-1	0	1	2
$y = (\frac{1}{2})^x$	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$



Побудуємо на координатній площині точки з таблиці і з'єднаємо ці точки плавною лінією. Одержимо графік функції  $y = (\frac{1}{2})^x$ .

По рис. бачимо, що всі значення  $(\frac{1}{2})^x$  також додатні, але ці значення зменшуються при збільшенні  $x$ .

Схожий вигляд мають графіки показникової функції  $a^x$  при  $0 < a < 1$ . Вісь  $Ox$  є горизонтальною *асимптотою*.

**Властивості показникової функції.**

- 1) Область визначення:  $x \in R$ .  $D(a^x) = R$
- 2) Область значень:  $y > 0$ .  $E(a^x) = (0; +\infty)$
- 3) Функція ні парна, ні непарна
- 4) Вірні рівності  $a^1 = a$  і  $a^0 = 1$ .
- 5) Якщо  $a > 0$ , то функція  $a^x$  зростає на всій області визначення; якщо  $0 < a < 1$ , то вона спадає на всій області визначення.
- 6) Найбільшого і найменшого значень функція не має.
- 7) Для будь-яких дійсних значень  $m$  і  $n$  ( $a > 0$ ;  $b > 0$ ) виконуються рівності:

1.  $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

2.  $a^x \div a^y = a^{x-y}$

3.  $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$

4.  $a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$

5.  $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$

6.  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-x} = \left(\frac{b}{a}\right)^x$

5. Порівняйте значення виразів:

а)  $2^{\sqrt{3}}$  і  $2^{\sqrt{5}}$ ; б)  $2^{-3}$  і  $2^{-4}$ ; в)  $0,3^{0,7}$  і 1

Відповідь: а)  $2^{\sqrt{3}} < 2^{\sqrt{5}}$ ; б)  $2^{-3} > 2^{-4}$ ; в)  $0,3^{0,7} < 1$ .

6. Порівняйте  $x$  і  $y$ , якщо відомо, що вірна нерівність:

а)  $0,02^x < 0,02^y$ ; б)  $\pi^x > \pi^y$ .

Відповідь: а)  $x > y$ ; б)  $x < y$ .

### Домашнє завдання.

Конспект уроку та виконати завдання:

1. Порівняйте значення виразів:

а)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$  і  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$ ; б)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$  і  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-0,5}$

2. Побудувати графіки функцій та записати властивості:

а)  $y = 3^{x-2}$ ; б)  $y = |2^x - 2|$

3. Обчислити: а)  $\left(\left(\sqrt{6}\right)^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$ ; б)  $3^{1-2\sqrt{3}} \cdot 9^{1+\sqrt{3}}$