

04.10.2023

Група 34

Математика (алгебра)

Урок 7-8

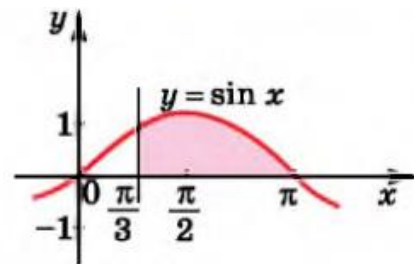
**Тема:** Розв'язування задач з теми: «Визначений інтеграл. Площа криволінійної трапеції». Фізичний зміст інтеграла

**Мета:**

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати знання з фізики під час розв'язування прикладних задач; формувати уяву про процеси у природі;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення фізики та астрономії; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення фізики та астрономії, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

**Матеріали до уроку:**

**Задача 1.** Обчислити за допомогою визначеного інтеграла площу криволінійної трапеції, обмеженої лініями  $y = \sin x$ ,  $y = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{3}$  і  $x = \pi$  (мал. 12.2).



Мал. 12.2

Розв'язання.

$$S = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} = -\cos \pi - \left( -\cos \frac{\pi}{3} \right) = 1 + \frac{1}{2} = 1,5.$$

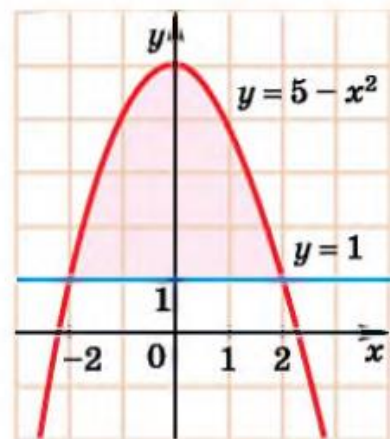
Відповідь. 1,5.

**Задача 2.** Знайти площу фігури, обмеженої лініями  $y = 5 - x^2$  і  $y = 1$ .

- Розв'язання. 1) Знайдемо абсциси точок перетину графіків. Маємо  $5 - x^2 = 1$ ;  $x^2 = 4$ ;  $x = \pm 2$ . Ордината обох точок перетину дорівнює 1.
- 2) Зобразимо схематично графіки функцій і абсциси їх точок перетину (мал. 12.5).

3) Шукана площа:

$$S = \int_{-2}^{2} (5 - x^2 - 1) dx = \int_{-2}^{2} (4 - x^2) dx =$$



Мал. 12.5

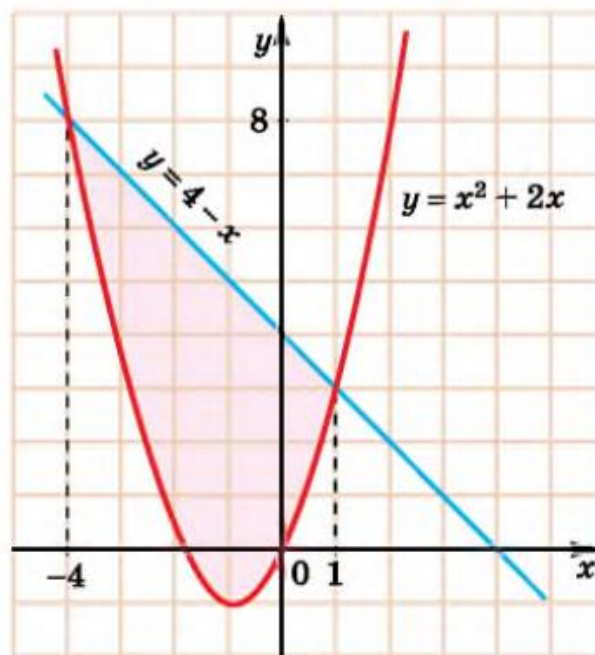
$$= \left( 4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 = \left( 4 \cdot 2 - \frac{2^3}{3} \right) - \left( 4 \cdot (-2) - \frac{(-2)^3}{3} \right) = 10 \frac{2}{3}.$$

Відповідь.  $10 \frac{2}{3}$ .

**Задача 3.** Знайти площу фігури, обмеженої лініями  $y = x^2 + 2x$  і  $y = 4 - x$ .

Розв'язання. 1) Знайдемо абсциси точок перетину графіків функцій:  $x^2 + 2x = 4 - x$ ;  $x^2 + 3x - 4 = 0$ ;  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = -4$ . Ординати точок перетину  $y_1 = 3$ ;  $y_2 = 8$ .

2) Зобразимо схематично графіки функцій (мал. 12.6).



Мал. 12.6

3) Шукана площа:

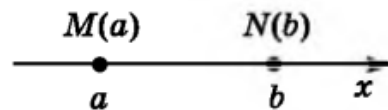
$$\begin{aligned} S &= \int_{-4}^1 \left( (4 - x) - (x^2 + 2x) \right) dx = \int_{-4}^1 (-x^2 - 3x + 4) dx = \\ &= \left( -\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 4x \right) \Big|_{-4}^1 = \left( -\frac{1^3}{3} - \frac{3 \cdot 1^2}{2} + 4 \cdot 1 \right) - \\ &- \left( -\frac{(-4)^3}{3} - \frac{3 \cdot (-4)^2}{2} + 4 \cdot (-4) \right) = 2 \frac{1}{6} + 18 \frac{2}{3} = 20 \frac{5}{6}. \end{aligned}$$

Відповідь.  $20 \frac{5}{6}$ .

**2. Застосування визначеного інтеграла у фізиці**

Розглянемо одне із застосувань визначеного інтеграла у фізиці. Нехай матеріальна точка рухається вздовж осі абсцис під дією сили, проекція якої на цю вісь – неперервна на деякому проміжку функція  $f(x)$ . Нехай  $[a; b]$  належить проміжку неперервності функції,

і під дією цієї сили матеріальна точка перемістилася з точки  $M(a)$  у точку  $N(b)$  (мал. 12.7). Тоді роботу  $A$  цієї сили можна обчислити за формулою



Мал. 12.7

$$A = \int_a^b f(x) dx.$$

**Задача 6.** Обчислити роботу сили  $F$  при розтягуванні пружини на 0,05 м, якщо при розтягуванні пружини на 0,02 м потрібна сила 4 Н.

**Розв'язання.** 1) За законом Гука сила  $F$  пропорційна розтягу (або стиску) пружини, тобто  $F = kx$ , де  $x$  – величина розтягу (або стиску),  $k$  – стала.

2) Оскільки при  $x = 0,02$  м маємо  $F = 4$  Н, то можна знайти коефіцієнт  $k = \frac{F}{x} = \frac{4}{0,02} = 200$ . Отже,  $F(x) = 200x$ .

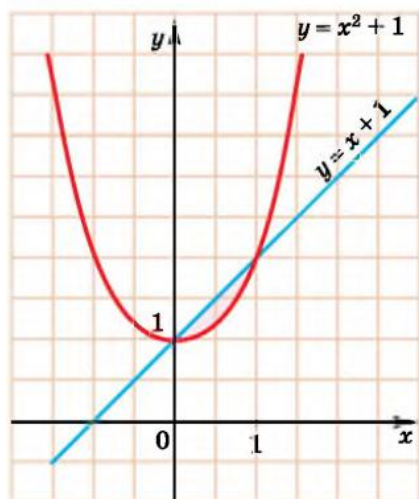
3) Знаходимо роботу  $A$  при розтягненні пружини на 0,05 м:

$$A = \int_0^{0,05} 200x dx = 200 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0,05} = 100 \cdot (0,05^2 - 0^2) = 0,25 \text{ (Дж)}.$$

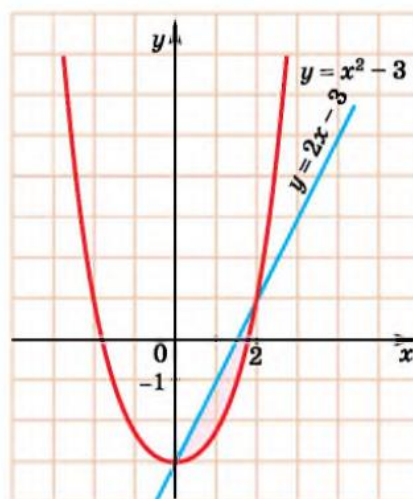
Відповідь. 0,25 Дж.

**Домашнє завдання:** розв'язати задачі (в зошиті):

1) **12.3.** Знайдіть площу заштрихованої фігури (мал. 12.10).



Мал. 12.9



Мал. 12.10

2)

**12.5.** Тіло рухається вздовж осі абсцис під дією сили, проекція якої на цю вісь задається формулою  $f(x) = 2x + 5$ . Знайдіть роботу, що виконує ця сила при переміщенні тіла з точки з абсцисою 2 в точку з абсцисою 4.

- 3)    1)  $y = x^2$  і  $y = -3x$ ;                      2)  $y = x^2 - 3$  і  $y = 2x$ ;  
      3)  $y = 4 - x^2$  і  $y = 3$ ;                      4)  $y = 2x^2$  і  $y = x + 1$ ;

**Зворотній зв'язок:**

**E-mail** [t.anastasia.igorivna@gmail.com](mailto:t.anastasia.igorivna@gmail.com)