02.11.2023

Група 21

Математика (геометрія)

Урок 5-6

Тема: Перпендикуляр і похила. Теорема про три перпендикуляри

Мета:

- Повторити теоретичний матеріал; узагальнити, систематизувати та поглибити знання учнів із теми; застосувати математичні знання під час розв'язування прикладних задач; формувати просторову уяву;
- розвивати в учнів пізнавальний інтерес, уміння використовувати набуті знання, навички й уміння в нових ситуаціях; підвищити інтерес до вивчення математики; розвивати абстрактне та логічне мислення;
- виховувати у учнів повагу та зацікавленість до вивчення математики, старанність у навчанні; сприяти розширенню кругозору учнів.

Матеріали до уроку:

Нехай фігура F_1 — паралельна проекція фігури F на площину α в напрямі прямої l. Якщо $l \perp \alpha$, то фігуру F_1 називають **ортогональною проекцією** фігури F на площину α.

Наприклад, основа $ABCD$ прямокутного паралелепіпеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ є ортогональною проекцією основи $A_1B_1C_1D_1$ на площину ABC у напрямі прямої AA_1 (рис. 35.1).

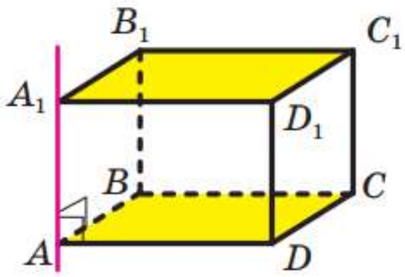


Рис. 35.1

Надалі, говорячи про проекцію фігури, якщо не обумовлено інше, матимемо на увазі ортогональну проекцію.

Нехай дано площину α і точку A, яка їй не належить. Через точку A проведемо пряму a, перпендикулярну до площини α.

Нехай $a \cap \alpha = B$ (рис. 35.2). Відрізок AB називають **перпендикуляром**, опущеним із точки A на площину α, точку B — **основою перпендикуляра**. Основа B перпендикуляра AB — це проекція точки A на площину α.

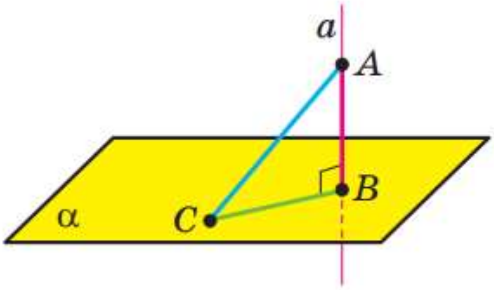


Рис. 35.2

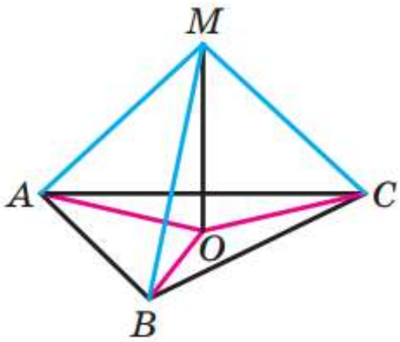


Рис. 35.3

Позначимо на площині α яку-небудь точку C, відмінну від точки B. Проведемо відрізок AC (рис. 35.2). Відрізок AC називають **похилою**, проведеною з точки A до площини α, точку C — **основою похилої**. Відрізок BC є **проекцією похилої** AC.

Теорема 35.1. ***Якщо з однієї точки проведено до площини перпендикуляр і похилу, то похила більша за перпендикуляр.***

Теорема 35.2 (теорема про три перпендикуляри). ***Якщо пряма, яка належить площині, перпендикулярна до проекції похилої до цієї площини, то вона перпендикулярна й до самої похилої. І навпаки, якщо пряма, яка належить площині, перпендикулярна до похилої до цієї площини, то вона перпендикулярна й до проекції похилої на цю площину.***

ВПРАВИ

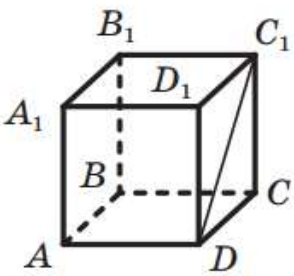
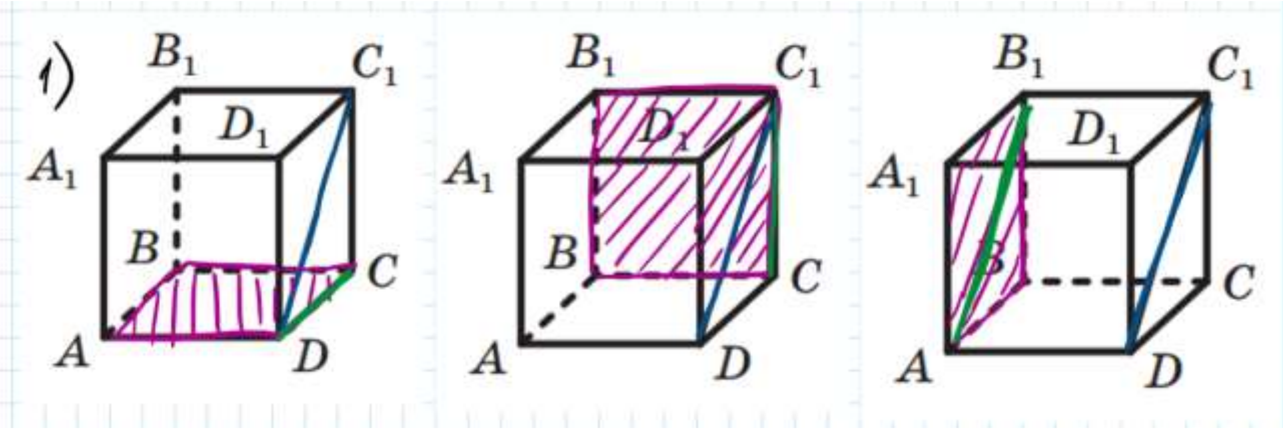


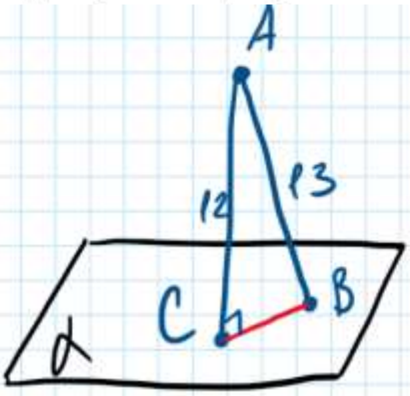
Рис. 35.8

35.1.° На рисунку 35.8 зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть проекцію відрізка C_1D на площину:

1) ABC;
2) BB_1C;
3) AA_1B_1.



35.3.° Із точки до площини проведено перпендикуляр завдовжки 12 см і похилу завдовжки 13 см. Знайдіть проекцію цієї похилої на дану площину.



Дано: $AC \perp \alpha$, AB - похила,
$AC = 12$ см, $AB = 13$ см
Знайти:
BC
Розв'язання

З $\triangle ABC$ ($\angle C = 90°$): за теоремою Піфагора
$BC^2 = AB^2 - AC^2$
$BC^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$
$BC = \sqrt{25} = 5$ (см).
Відповідь: $BC = 5$ см.

35.5.° Із точки A проведено до площини α перпендикуляр AC та похилі AB і AD (рис. 35.10). Знайдіть проекцію похилої AD на площину α, якщо $\angle BAC = 45°$, $AB = 8$ см, $AD = 9$ см.

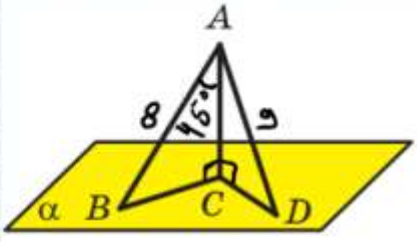


Рис. 35.10

Дано: $AC \perp \alpha$, AB і AD - похилі,
$AB = 8$ см, $AD = 9$ см,
$\angle BAC = 45°$.
Знайти: CD.
Розв'язання

З $\triangle ABC$ $(\angle C = 90°)$:

$\cos \angle BAC = \frac{AC}{AB}$

$AC = AB \cos \angle BAC$

$AC = 8 \cdot \cos 45° = \overset{4}{\cancel{8}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} = 4\sqrt{2}$ см

З $\triangle ACD$ $(\angle C = 90°)$: за теоремою Піфагора

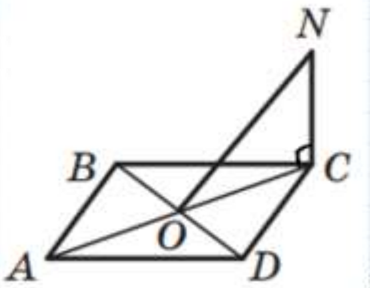
$CD^2 = AD^2 - AC^2$

$CD^2 = 9^2 - (4\sqrt{2})^2 = 81 - 16 \cdot 2 = 81 - 32 = 49$

$CD = \sqrt{49} = 7$ см

Відповідь: $CD = 7$ см.

35.11.° На рисунку 35.12 зображено квадрат $ABCD$, пряма NC перпендикулярна до його площини. Доведіть, що прямі BD і NO перпендикулярні.



Дано: $ABCD$ - квадрат,
$NC \perp ABCD$.
Довести: $BD \perp NO$.
Доведення
$DB \perp AC$ за властивістю квадрата.
Отже, $\angle BOC = \angle COD = 90°$; OC - проекція похилої NO на площину (ABC).
Оскільки $BD \perp OC$, то за теоремою про три перпендикуляри $BD \perp NO$. Доведено.

35.14.• Пряма AO перпендикулярна до площини кола із центром O (рис. 35.15). Пряма a належить площині кола й дотикається до даного кола в точці B. Доведіть, що $AB \perp a$.

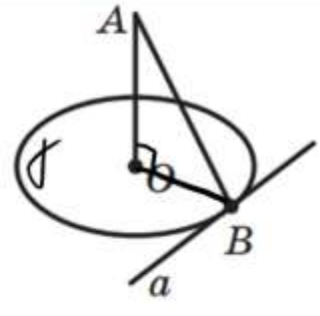


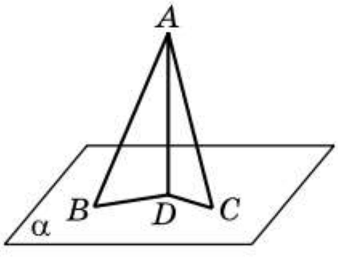
Рис. 35.15

Дано: O-центр кола,
$a \subset \gamma$, a - дотична до кола,
B - точка дотику кола та прямої a,
$AO \perp \gamma$, AB - похила.
Довести: $AB \perp a$.
Доведення
OB - радіус кола, проведений до точки дотику, $OB \perp a$ за властивістю радіуса, проведеного до точки дотику.
OB - проекція AB на γ. Тоді за теоремою про три перпендикуляри $AB \perp a$. Доведено.

Домашнє завдання: розв’язати задачі (в зошиті):

1) **З точки до площини проведено похилу, довжина якої 10 см. Знайдіть відстань від точки до площини, якщо похила утворює зі своєю проекцією кут 45°.**

2) **З точки A до площини α проведено похилі AB і AC та перпендикуляр AD (мал. 7.9). Знайдіть відстань від точки A до площини α та довжину відрізка CD, якщо $AB = 25$ см, $BD = 20$ см, $AC = 17$ см.**



Мал. 7.9

Зворотній зв'язок:
E-mail t.anastasia.igorivna@gmail.com